

1 Kernphysik

Wir wenden uns nun den Atomkernen zu und fangen wieder beim einfachsten Atom, dem Wasserstoffatom, an.

1.1 Kerne des Wasserstoffs

Da das Wasserstoffatom ein negativ geladenes Elektron hat, muss es zum Ausgleich einen positiv geladenen Kern haben. Der Kern des normalen Wasserstoffs besteht aus einem Proton.

1.1.1 Eigenschaften des Protons

Das Proton trägt eine positive Ladung vom Betrage einer Elementarladung und gleicht damit die negative Ladung des Hüllenelektrons genau aus.

Wenn man sich das Proton behelfsweise als kleine Kugel vorstellt, müsste man ihr einen Radius von $1,42 \cdot 10^{-15}$ m zuordnen. Zum Vergleich: Für das Wasserstoffatom hatten wir früher einen Radius von $5,291 \cdot 10^{-11}$ m ermittelt.

Die Masse des Protons beträgt $1,6726 \cdot 10^{-27}$ kg. Wir hatten bereits früher die Masse des Elektrons angegeben. Sie beträgt $9,11 \cdot 10^{-31}$ kg. Das Proton ist also rund 1836 mal schwerer als ein Elektron. Man sieht hieran nun auch zahlenmäßig, dass die Masse eines Atoms im Kern konzentriert ist und die Elektronen dazu nur sehr wenig beisteuern. Das Proton wird durch ein „p“ symbolisiert (Elektron durch „e“).

1.1.2 Die atomare Masseneinheit

Buch S. 411: Da diese Massen in kg ausgedrückt sehr kleine Zahlen darstellen, ist es sinnvoll, eine andere Masseneinheit einzuführen, die der Größe dieser Massen besser angepasst ist. Da Wasserstoff das leichteste Atom ist, liegt es nahe, das Wasserstoffatom als Einheit heranzuziehen und alle anderen Atome als Vielfache dieser neuen Einheit anzugeben. Die so definierte Masseneinheit wird **atomare Masseneinheit** genannt und bekommt das Einheitensymbol **u** (unit). Wasserstoff hat dann die Masse 1 u. Das nächst schwerere Atom Helium hätte dann die Masse 4 u. Inzwischen ist man von der angegebenen Definition abgerückt. Die heutige Definition der atomaren Masseneinheit erklären wir später.

Der Zahlenwert der in u ausgedrückten Masse wird auch als **relative Atommasse** bezeichnet (relativ zu Wasserstoff nämlich). Üblicherweise wird dafür der Formelbuchstabe A_r verwendet. Die relative Atommasse von Wasserstoff wäre dann 1, von Helium 4 usw. Man schreibt beispielsweise (für Helium) $m_{\text{He}} = 4 \text{ u}$ oder $A_r = 4$.

Anm.: Die relativen Atommassen der Elemente sind in unserem Periodensystem links oben angegeben.

Der Zusammenhang mit dem kg wird durch die Umrechnungsgleichung $1 \text{ u} = 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ hergestellt.

Atomare Masseneinheit (vorläufige Definition):

In der Atom- und Kernphysik werden Massen in der atomaren Masseneinheit u angegeben. Dabei wird das Wasserstoffatom als Basis herangezogen, es hat die Masse 1 u. Der Zahlenwert der in u ausgedrückten Masse wird relative Atommasse A_r genannt (Wasserstoff: $A_r = 1$).

Umrechnung in kg: $1 \text{ u} = 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

Es sei hier schon angemerkt, dass man inzwischen von dieser Definition abgerückt ist. Die heute gültige Definition werden wir später erklären (s. 1.1.6 Isotope, S. 5), sie führt jedenfalls dazu, dass Wasserstoff eine geringfügig größere Masse als 1 u besitzt.

Der (nach heutiger Definition) genaue Wert der Protonenmasse beträgt $1,007277 \text{ u}$. Das Elektron hat demgegenüber die Masse $5,49 \cdot 10^{-4} \text{ u}$ bzw. die relative Atommasse $5,49 \cdot 10^{-4}$. Das Wasserstoffatom hat die genaue Masse $1,007826 \text{ u}$, wie es der Summe aus Protonen- und Elektronenmasse entspricht. Damit entfallen auf den Kern 99,95% der Masse des Atoms.

Hausaufgabe 1

- Lesen „Kernenergie Basiswissen“ Abschnitt 1.1 mit kurzer schriftl. Zusammenfassung (bis ½ Seite DIN A4).
- Geben Sie zu den Elementen Helium, Cobalt und Blei ihre Atommasse in u und ihre relative Atommasse an. Berechnen Sie ferner jeweils den prozentualen Anteil der Kernmasse an der Atommasse (5 Nachkommastellen). Zusammenstellung der Ergebnisse in Tabellenform:

	Helium	Cobalt	Blei
m			
A_r			
m_K/m_A			

1.1.3 Das Neutron und das Deuteron

Natürlicher Wasserstoff besteht zu 99,986% aus dem oben beschriebenen gewöhnlichen Wasserstoff mit einem Proton im Kern. Daneben gibt es jedoch noch (zu 0,014%) einen schweren Kern des Wasserstoffs mit einer Masse von rund 2 u. Diesen Wasserstoff nennt man schweren Wasserstoff oder **Deuterium**. Man hat für ihn ausnahmsweise ein gesondertes chemisches Symbol D eingeführt.

*Anm.: Im **Buch auf S. 411** ist Ihnen ein Gerät vorgestellt, mit dem man die Massen von Ionen messen kann. Dieser sog. Massenspektrograph wurde 1919 von Francis William Aston erfunden und beruht darauf, dass auf geladene Teilchen (Ionen) in elektrischen und magnetischen Feldern Kräfte wirken. Im ersten Schritt werden Ionen (im Dampf enthalten) durch ein elektrisches Feld beschleunigt. Im 2. Schritt durchlaufen sie je ein homogenes elektrisches und magnetisches Feld, die senkrecht zueinander und zum Ionenstrahl stehen. Dadurch werden Ionen mit einer bestimmten Geschwindigkeit selektiert. Im 3. Schritt durchlaufen diese Ionen ein Magnetfeld, das sie auf eine Kreisbahn zwingt. Der Bahnradius ist zur Teilchenmasse proportional. Der Bahnradius kann aus der entwickelten Fotoplatte bestimmt werden*

Was macht den Kern so schwer? Es kann sich nicht um ein zusätzliches Proton handeln, denn dann hätten wir Helium. Es muss daher angenommen werden, dass sich im Kern des schweren Wasserstoffs ein weiteres Kernteilchen ohne Ladung befindet, das man **Neutron** nennt. Das Neutron wurde erst 1932 durch den englischen Physiker Chadwick entdeckt. Seine Masse beträgt 1,008665 u. Es ist somit ein wenig schwerer als ein Proton. Das Neutron wird durch ein „n“ symbolisiert.

Protonen und Neutronen werden zusammen als Kernteilchen oder **Nukleonen** bezeichnet. Den aus einem Proton und einem Neutron zusammengesetzten Kern des Deuteriums nennt man Deuteron und symbolisiert ihn mit „d“. Die Masse des Deuterons beträgt genau 2,01355 u.

1.1.4 Kernladungszahl, Neutronenzahl und Massenzahl

Wie wir bereits wissen, gibt die Kernladungszahl Z die Anzahl der Protonen im Kern an. Am Beispiel des Deuteriums sehen wir bereits, dass diese Angabe allein nicht ausreichend ist, um einen bestimmten Kern zu kennzeichnen (wohl aber für das chem. Element). Es ist zusätzlich noch nötig, die Anzahl der Neutronen anzugeben. Diese Zahl bezeichnet man als **Neutronenzahl N** . Bei gewöhnlichem Wasserstoff ist $N=0$, bei schwerem Wasserstoff ist hingegen $N=1$ (bei überschwerem Wasserstoff, s. u., ist $N=2$). Die Anzahl aller Kernteilchen bezeichnet man als **Massenzahl A** . Sie ist daher die Summe aus Kernladungszahl (Protonenzahl) und Neutronenzahl:

Formel 1: $A = Z + N$

Anm.: Der Name ist Massenzahl irreführend, da hiermit nicht die Masse, sondern die Anzahl der Nukleonen angegeben wird, insofern wäre „Nukleonenzahl“ zutreffender. Aber zumindest ungefähr stimmt die relative Atommasse mit der Massenzahl überein.

Es wäre naheliegend gewesen, einen bestimmten Kern durch seine Protonenzahl und seine Neutronenzahl zu kennzeichnen. Man verwendet aber statt der Neutronenzahl die Massenzahl A und schreibt sie als oberen linken Index an das Elementsymbol. Manchmal wird diese Massenzahl auch einfach hinter das Element geschrieben. Beispiele:

gewöhnlicher Wasserstoff: ${}^1_1\text{H}$ oder H-1

schwerer Wasserstoff (Deuterium): ${}^2_1\text{H}$ bzw. D oder H-2

Die Neutronenzahl ergibt sich dann als Differenz zwischen der Massenzahl A und der Protonenzahl Z: $N = A - Z$. Wurde die Protonenzahl (=Ordnungszahl) nicht direkt angegeben, muss man sie sich aus einer Tabelle des Periodischen Systems heraussuchen.

Beispiel: O-18, aus PSE: $Z = 8, A = 18 \Rightarrow N = 18 - 8 = 10$

Zur Übung: C-13 $Z = 6, N = 7$, Pb-206 $Z = 82, N = 124$

Die drei genannten Zahlen sind immer **ganzzahlig**, da es sich jeweils um eine Anzahl handelt. Dagegen sind die relativen Atommassen nur näherungsweise ganze Zahlen.

Ein Atom, das neben der Protonenzahl (Element, Ordnungszahl) auch noch durch die Anzahl der Neutronen spezifiziert wird, nennt man **Nuklid**. Aus dem oben gesagten ist ersichtlich, dass ein Nuklid auch eine bestimmte Massenzahl hat. Die Angabe eines Nuklids ist somit spezifischer als die Angabe eines chemischen Elements, bei dem ja nur die Protonenzahl vorgegeben ist. Die Massenzahl stimmt ungefähr mit der relativen Atommasse überein.

Die Massenzahl A ist die Summe aus der Protonenzahl (Kernladungszahl, Ordnungszahl) Z und der Neutronenzahl N: $A = Z + N$. Somit ist die Massenzahl immer ganzzahlig. Unter einem Nuklid verstehen wir ein Atom, bei dem nicht nur das Element (Ordnungszahl, Kernladungszahl, Protonenzahl) festgelegt wurde, sondern zusätzlich noch die Neutronenzahl, z. B. O-18.

Hausaufgabe 2

- a) Lesen „Kernenergie Basiswissen“ Abschnitt 1.2 mit kurzer schriftl. Zusammenfassung (bis 1/2 Seite DIN A4).
- b) Bestimmen Sie Z, N, A und A_r für Kr-79, Kr-85, U-235 und U-238 (s. Anhang S. 478). Berechnen Sie auch die Summe der Massen der Protonen und Neutronen. Zusammenfassung in Tabellenform:

	Kr-79	Kr-85	U-235	U-238
Z				
N				
A				
A_r				
$\Sigma m_p + m_n$				

1.1.5 Das Triton

In äußerst geringen Mengen tritt in der Natur noch ein weiterer Kern des Wasserstoffs auf. Er besteht aus einem Proton und zwei Neutronen. Dieser Kern wird Triton genannt und durch „t“ symbolisiert. Atome mit diesem Kern nennt man überschweren Wasserstoff oder **Tritium**. Auch für das Tritium wurde ein eigenes chem. Symbol eingeführt, nämlich T. Die Massenzahl des Tritons ist nach dem eben Gesagten 3. Der Kern ist jedoch instabil und zerfällt radioaktiv unter Aussendung von Betateilchen. Wir fassen die genannten Atomsorten der Wasserstoffs in einer Tabelle zusammen:

Atom		Kern	
Name	Abk.	Name	Abk.
(normaler) Wasserstoff	H, H-1	Proton	p
schwerer Wasserstoff, Deuterium	D, H-2	Deuteron	d (n+p)
überschwerer Wasserstoff, Tritium	T, H-3	Triton	t (2n+p)

1.1.6 Isotope

Den drei genannten Kernen des Wasserstoffs ist gemeinsam, dass sie sich nur in der Neutronenzahl unterscheiden. Solche Atome nennt man **Isotope** (des Wasserstoffs). Dieses Verhalten ist in der Natur keineswegs ungewöhnlich. Vielmehr lässt sich beobachten, dass die meisten Elemente in der Natur in einem Isotopengemisch vorkommen.

Unter Isotopen (eines chem. Elements) versteht man Atome, die in ihrem Kern die gleiche Anzahl von Protonen, aber unterschiedlich viele Neutronen enthalten.

Alle bekannten Nuklide sind in der sog. **Nuklidkarte** erfasst (Ausschnitt auf S. 476). Dabei werden die Nuklide in ein Z-N-Koordinatensystem eingetragen. Die Isotope eines Elements liegen hier also auf einer horizontalen Geraden. Man sieht, dass bei den leichten Elementen die stabilen Nuklide (schwarze Kästchen) etwa auf der Winkelhalbierenden in diesem Koordinatensystem liegen ($N \approx Z$), rechts unterhalb finden sich blaue Kästchen, die Nuklide mit einem radioaktiven β^- -Zerfall kennzeichnen, links oberhalb finden sich rote Kästchen für Nuklide mit einem radioaktiven β^+ -Zerfall. Dies werden wir später noch genauer zu erörtern haben. Bei den schweren Elementen (unterer Teil) ist die Situation nicht mehr so klar. Hier finden wir zunehmend gelbe Kästchen, die einen radioaktiven α -Zerfall anzeigen.

Wird die Masse eines Atoms angegeben, so bezieht man sich normalerweise auf das natürliche Isotopengemisch (im PSE angegeben). Dadurch ergeben

sich „krumme“ Werte für die relative Atommasse. Nur wenn man sich auf ein bestimmtes Isotop bezieht, ergibt sich näherungsweise eine ganze Zahl.

Beispiel: Nickel kommt in 5 stabilen Isotopen vor:

Nuklid	Anteil [Atom-%]	Masse [u]	Massenanteil [u]
Ni-58	67,76	57,9353	3925,695928
Ni-60	26,42	59,9308	1583,371736
Ni-61	1,16	60,9311	70,680076
Ni-62	3,71	61,9283	229,753993
Ni-64	0,95	63,928	60,7316
Summe	100		5870,233333
Mittelwert			58,70233333

Berechnung mit dem TI-30XIIS:

Ni-58: **67,76** × **57,9353** = 3925,695928

STO A

Ni-60: **26,42** × **59,9308** = 1583,371736

+ MEMVAR A = STO A 5509,067664

Ni-61: **1,16** × **60,9311** = 70,680076

+ MEMVAR A = STO A 5549,74774 usw.

Zum Vergleich: Cobalt kommt zu 100% als Co-59 vor mit der Masse 58,9332 u, es ist daher schwerer, obwohl es im PSE vor dem Nickel steht.

Anm.: Mathematisch gesprochen wird hier der gewichtete (oder gewogene) Mittelwert der Nuklidmassen gebildet. Die Anteile in Atom-% dienen hier als Gewicht, mit denen die einzelnen Nuklidmassen in den Mittelwert eingehen. Zum Schluß wird die gewichtete Summe durch die Summe der Gewichte (kein Wortspiel!) geteilt. Formel: bezeichnen g_1, g_2, \dots, g_n die Gewichte (Anteile in Atom-%), m_1, m_2, \dots, m_n die Massen in u ($n = 5$ in diesem Beispiel), so ist der gewichtete Mittel gegeben durch

$$\bar{m} = \frac{\text{gewichtete Massensumme}}{\text{Gewichtssumme}} = \frac{g_1 m_1 + g_2 m_2 + \dots + g_n m_n}{g_1 + g_2 + \dots + g_n}$$

Hausaufgabe 3

- Bestimmen Sie von den stabilen Isotopen des Sauerstoffs, Neons und des Magnesiums die Anzahl der Protonen und Neutronen. Was fällt dabei auf?
- Berechnen Sie die Masse des Bor-Atoms im natürlichen Isotopengemisch aus seinen Isotopen B-10 und B-11. B-10 hat eine Kernmasse von 10,010196 u und kommt zu 20 (Atom-%) in der Natur vor, B-11 hat die Masse 11,006562 u mit 80 % Anteil.

Lösung:

a)

b)

Von besonderer Bedeutung für die Physik sind die Isotope des Kohlenstoffs. In der Natur kommt Kohlenstoff zu 98,9% als C-12 und zu 1,1% als C-13 vor. Das Isotop C-12 ist für die Physik insofern wichtig, als dass damit die atomare Masseneinheit definiert wird.

Definition der atomaren Masseneinheit:

Als atomare Masseneinheit wird der zwölfte Teil eines Atoms C-12 definiert.

Als Einheitenzeichen verwendet man u.

Nach dieser Definition hat ein C-12 Atom genau die Masse 12 u bzw. die relative Atommasse 12. Das normale Wasserstoffatom hat mit dieser Definition den bereits weiter oben angegebenen Massenwert $m(\text{H}) = 1,007826 \text{ u}$.

1.2 Zusammenhalt der Kerne

1.2.1 Die Kernkraft

Buch S. 426: Da sich zwei Protonen elektrisch abstoßen, erhebt sich die Frage, was die Nukleonen im Kern zusammenhält. Elektrische Kräfte können es offenbar nicht sein. Daneben tritt zwischen massiven Körpern die allgemeine Massenanziehung oder Schwerkraft (Gravitation) auf. Diese ist jedoch viel zu schwach, um den Zusammenhalt der Nukleonen zu bewirken. Auch magnetische Kräfte können für den Zusammenhalt nicht verantwortlich gemacht werden. Es muss also in den Atomkernen eine neue Kraft wirksam sein, die in unserer Alltagswelt nicht vorkommt. Man bezeichnet sie daher als **Kernkraft** oder **starke Wechselwirkung**.

Eigenschaften der Kernkraft:

- Es muss sich um eine sehr starke, anziehende Kraft handeln, sonst könnte sie die elektrische Abstoßung zwischen den Protonen nicht überkompensieren. Tatsächlich kennen wir in der Natur keine stärkere Kraft.
- Die Kernkraft besitzt eine sehr geringe Reichweite, die in der Größenordnung von 10^{-15} m liegt. Sie wirkt zwischen den Nukleonen erst, wenn diese sich schon fast berühren. Genauere Messungen haben für den Wirkungsbereich einen Abstand von etwa $1,5 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ ergeben, das ist ungefähr ein Nukleonendurchmesser.
- Wegen der geringen Reichweite kann ein Kernteilchen mit seiner Kernkraft nur auf eine begrenzte Zahl seiner Nachbarn einwirken. Dadurch nimmt die Wirkung der Kernkraft ab einer bestimmten Anzahl nächster Nachbarn nicht mehr weiter zu. Man nennt dieses Phänomen **Absätti-**

gung. Diese Absättigung wird bereits bei Kernen mit einer Massenzahl $A > 4$ erreicht. Dies wirkt sich dahingehend aus, dass die Bindungsenergie je Nukleon bei solchen Kernen in etwa gleich groß ist. (Die elektrischen Kräfte, also z. B. die Abstoßung der Protonen, haben demgegenüber eine große Reichweite, die über die nächsten Nachbarn hinausreicht.)

- Die Kernkraft ist von der elektrischen Ladung der Nukleonen unabhängig. Sie wirkt also gleichermaßen zwischen p-p, p-n und n-n.
- Das der Kernkraft zugrunde liegende Kraftgesetz ist im einzelnen sehr kompliziert, da die Kernkraft im Unterschied zur elektrischen Kraft und zur Schwerkraft nicht nur vom Abstand der beteiligten Teilchen abhängt. Es lässt sich daher keine Formel für die Stärke der Kernkraft angeben.

Zur Veranschaulichung kann man sich zwei klebrige Bonbons vorstellen. Diese üben auch keine Kraft auseinander aus, solange sie noch getrennt sind, aber wenn sie sich berühren, "backen" sie aneinander.

Hausaufgabe 4

- a) **Buch S. 426** Aufgabe A1. Vgl. dazu S. 85.
- b) Lesen im **Buch S. 426** "Grundlagen: Die Kräfte im Atomkern..." und "Kernenergie Basiswissen" Abschnitt 1.3 jeweils mit kurzer schriftl. Zusammenfassung.

Lösung von A1:

1.2.2 Die Bindungsenergie

Die anziehende Wirkung der Kernkraft führt zu einer Bindung der Nukleonen aneinander (ebenso wie die Coulomb Kraft die Elektronen an den Atomkern bindet). Auch hier tritt eine negative potentielle Energie in Erscheinung, sobald die Nukleonen in den Wirkungsbereich der Kernkraft geraten. Der gebundene Kern hat daher eine geringere Energie als wenn die Nukleonen voneinander getrennt wären. Dies ist analog der Energie der Elektronen in der Atomhülle, nur dass hier die Kernkraft für die potentielle Energie verantwortlich ist. Zwar gibt es auch im Kern eine nun positive potentielle Energie durch die Coulomb Kraft, die die gegenseitige Abstoßung der Protonen bewirkt, sie ist aber kleiner als die anziehende Wirkung der Kernkraft. Somit verhindert sie die Bindung nicht, sondern schwächt sie nur ab. Als Fazit können wir festhalten, dass beim Zusammenbau von einzelnen Nukleonen zu einem Kern ein Zustand mit kleinerer (negativer) Energie entsteht. (Der Nullpunkt der Energie wird auch hier so gelegt, dass er dem Zustand der getrennten Nukleonen in „unendlich“ weitem Abstand und in Ruhe entspricht, vgl. Bild 4 auf **S. 425** im Buch oder besser „Kernenergie Basiswissen“ S. 11 Abb. 1.12, dort wäre $E_{p1}=0$ zu setzen.)

Die beim Zusammenbau von Nukleonen freiwerdende Energie kann z. B. in Form von elektromagnetischer Strahlung abgegeben werden. Dies ist völlig analog zu dem Fall, dass ein Elektron aus dem Grenzkontinuum (=Zustand mit positiver Energie ohne Quantelung) in den Grundzustand fällt und dabei

Lichtquanten abstrahlt. Der Unterschied ist lediglich, dass die Energie der abgegebenen Lichtquanten beim Zusammenbau von Nukleonen viel höher (die Wellenlänge also viel kürzer) ist. Die dabei freiwerdenden Quanten bezeichnet man deswegen als **Gammaquanten** oder **Gammastrahlung**, was aber nicht den Blick dafür verstellen darf, dass es sich von ihrer Natur her um elektromagnetische Strahlung („Licht“) handelt (vgl. Spektrum S. 351).

Will man umgekehrt die in einem Kern gebundenen Nukleonen wieder voneinander trennen, muss Energie aufgewendet werden. Man nennt diese Energie **Bindungsenergie**. Sie wird in der Regel als positive Zahl angegeben und ist betragsmäßig gleich der Energie, die beim Zusammenbau der Nukleonen zu einem Kern freigeworden ist. (In der Atomhülle spricht man dagegen von Ionisationsenergie, wobei sich allerdings die Ionisationsenergie normalerweise nur auf *ein* Elektron bezieht, während bei der Bindungsenergie *alle* Nukleonen gemeint sind.) Die Bindungsenergie ist allerdings (wegen der Stärke der Kernkraft) wesentlich größer als die Ionisationsenergien von Elektronen. Für gewöhnliches Helium ergibt sich eine Bindungsenergie von 28,3 MeV (zum Vergleich: beim Wasserstoff hatten wir eine Ionisationsenergie von 13,53 eV erhalten, für Elektronen auf höheren Energieniveaus ist sie noch kleiner, etwa 2 bis 3 eV.). Die Bindungsenergie der Nukleonen ist also rund eine Million mal größer als die Ionisationsenergie von Elektronen! Dies verdeutlicht auch die Stärke der Kernkraft.

Anm.: Im Buch wird der Begriff „Bindungsenergie“ zwar auf S. 425 erwähnt, jedoch bei der Erörterung der Energieverhältnisse in den Kernen nicht benutzt. Statt dessen wird im Buch die (negative) Energie des Kern selbst verwendet. Gemäß der in der linken Spalte unten angegebenen Gleichung gilt, da $E_{\text{freie Nukleonen}} = 0$ ist,

$$E_{\text{Bindung}} = -E_{\text{Kern}}$$

Dies ist bei der Diskussion des Tröpfchenmodells auf der folgenden Seite zu berücksichtigen. Ein hoher Wert für E_{Kern} (im mathematischen Sinne, d. h. E_{Kern} ist betragsmäßig klein) bedeutet einen kleinen Wert für die Bindungsenergie und umgekehrt.

Unter der Bindungsenergie eines Kerns versteht man die Energie, die aufgebracht werden muss, um ihn in seine einzelnen Kernbausteine zu zerlegen. Umgekehrt wird diese Energie frei (als Gammastrahlung), wenn aus einzelnen Nukleonen ein Kern gebildet wird.

1.2.2.1 Bindungsenergie pro Nukleon

Wenn man annimmt, dass alle 4 Nukleonen des Heliums den gleichen Beitrag zur Bindungsenergie leisten, erhält man für ein Nukleon $28,3 \text{ MeV} / 4 \simeq 7,1 \text{ MeV}$. Berechnet man diese Bindungsenergie je Nukleon für andere Kerne, so zeigt sich, dass sich für jeden Kern ein etwas anderer Wert ergibt.

Die Werte liegen jedoch, abgesehen von den leichtesten Kernen, alle in der Größenordnung von etwa 7 bis 9 MeV pro Nukleon.

Fotokopie „Bindungsenergie pro Nukleon“ austeilen (aus /3/)

Vgl. Buch S. 425 und KB S. 8. Trägt man sich die Bindungsenergie pro Nukleon gegen die Massenzahl auf, so zeigt sich, dass die Werte in etwa auf einer Kurve liegen, die ein Maximum bei einer Massenzahl von ca. 60 besitzt. Bei den leichtesten Kernen erkennt man jedoch deutliche Abweichungen vom glatten Kurvenverlauf. Hier ragt insbesondere der He-4 Kern heraus.

Die Bindungsenergie pro Nukleon liegt für die meisten Kerne zwischen 7 und 8,5 MeV. Bei den mittleren Atomkernen mit etwa 40 bis 100 Nukleonen erreicht sie mit rund 8,5 MeV ihren größten Wert und fällt sowohl nach den leichteren als auch nach den schwereren Kernen hin ab. Gegenüber den Elektronen der Atomhülle ist die Bindungsenergie der Nukleonen millionenfach größer.

Bei den schwersten Kernen ist die Bindungsenergie bereits so klein, dass sie kaum ausreicht, die Kernteilchen gegen die auseinandertreibende Coulomb-Kraft der Protonen zusammenzuhalten. Bei diesen Kernen genügt bereits ein kleiner „Anstoß“, um sie in zwei mittelschwere Kerne zu spalten. Da die Bindungsenergie pro Nukleon bei diesen Kernen aber höher ist, wird die Bindungsenergie insgesamt vergrößert. Dies hat zur Folge, dass Energie nach außen freigesetzt wird (als kinetische Energie der Spaltprodukte). Hierauf beruht die Gewinnung von Kernenergie durch **Spaltung** (Fission) schwerer Atomkerne.

Gehen wir dagegen von leichten Kernen aus, so lässt sich eine Erhöhung der Bindungsenergie erreichen, wenn man die Kerne zu schwereren zusammenfügt. Hierauf beruht die Kernenergiegewinnung durch **Verschmelzung** (Fusion) leichter Atomkerne.

Hausaufgabe 5

- a) Ermitteln Sie aus dem Diagramm „Bindungsenergie pro Nukleon“ die (gesamte) Bindungsenergie für einen Kern mit $A = 12$ und $A = 60$.
- b) Erläutern Sie den Verlauf der Kurve anhand des Tröpfchenmodells.

Lösung:

$$A=12: E_B/A \approx \text{MeV} \Rightarrow E_B \approx \text{MeV}$$

$$A=60: E_B/A \approx \text{MeV} \Rightarrow E_B \approx \text{MeV}$$

Trägt man die Energie der Kerne (also die negative Bindungsenergie) über die Kästchen in der Nuklidkarte auf, so erhält man eine Funktion der beiden Variablen Z und N . Ihre dreidimensionale Darstellung wird „Tal der Stabilität“ genannt, da die stabilen Kerne sich dann im Tal dieser Darstellung befinden.

An dem einen Hang (mehr Neutronen) befinden sich die β^- -Strahler, an dem anderen die β^+ -Strahler (s. Radioaktivität).

3D Darstellung mit Simplex Numerica EBProA4-Cloud.D3D und EBProA4.D3D.

1.2.3 Der Massendefekt

Die Masse des Kerns des gewöhnlichen Heliums sollte sich aus der Summe zweier Protonenmassen und zweier Neutronenmassen ergeben. Mit den obigen Angaben (s. Formelsammlung) ergibt sich:

$$\begin{array}{rcl} 2 * m_p = & 2 * 1,007277 \text{ u} = & 2,014554 \text{ u} \\ 2 * m_n = & 2 * 1,008665 \text{ u} = & 2,01733 \text{ u} \\ \text{Summe:} & & 4,031884 \text{ u} \end{array}$$

Sehr genaue Messungen der Masse des Heliumkerns haben aber einen kleineren Wert ergeben, nämlich

$$m_{\text{He}} = 4,00151 \text{ u}$$

Es verbleibt also eine zunächst unerklärliche Differenz von 0,030374 u, um die der Kern leichter ist als seine einzelnen Bestandteile. Diese Differenz nennt man **Massendefekt**. Der Massendefekt ist keine Besonderheit des Heliumkerns, sondern tritt bei allen Kernen mit mehr als einem Nukleon auf. Er lässt sich allgemein berechnen nach der Formel

$$\text{Formel 2: } \Delta m = Z * m_p + N * m_n - m_{\text{Kern}}$$

Eine Erklärung dieses Effekts stellen wir zunächst zurück und halten vorerst fest:

Beim Zusammenbau von Protonen und Neutronen zu einem Atomkern entsteht ein Massendefekt, der sich aus $\Delta m = Z * m_p + N * m_n - m_{\text{Kern}}$ berechnen lässt.

Der Massendefekt stellt eine Verletzung des Gesetzes von der Erhaltung der Masse dar. Der Massendefekt ist auch der tiefere Grund dafür, dass man sich bei der Definition der atomaren Masseneinheit u von Wasserstoff (H-1) als Basis gelöst und zu Kohlenstoff-12 übergegangen ist. Bei C-12 als Basis ist nämlich schon ein Massendefekt enthalten. Dadurch stimmen relative Atommasse A_r und die Massenzahl A besser überein (wenn auch nicht hundertprozentig).

Hausaufgabe 6

Berechnen Sie den Massendefekt für U-238!

Lösung: Atommasse

$m_{\text{Kern}} =$ u
Nukleonenmassen aus Formelsammlung:

$m_p =$	u
$m_n =$	u
Summe Nukleonen:	u
- u	
= Massendefekt $\Delta m =$	u

Wie lässt sich nun dieser eigenartige Massendefekt erklären? Das hängt mit der Bindungsenergie der Kerne zusammen.

1.2.4 Zusammenhang mit der Bindungsenergie

Dass die Bindungsenergie mit dem Massendefekt zusammenhängen soll, wird zunächst verwundern. Energie ist eine nicht-stoffliche, abstrakte Größe, während die Masse geradezu der Inbegriff einer stofflichen, materiellen Größe ist. Trotzdem hängen beide eng miteinander zusammen. Albert Einstein fand nämlich bei seinen Untersuchungen zur Relativitätstheorie heraus, dass Masse und Energie zueinander äquivalent sind!

Dies ist so ähnlich wie die (mittlerweile wohlvertraute) Äquivalenz von Wärme und mechanischer (oder elektrischer) Energie. Zuerst nahm man an, dass Wärme etwas anderes sei als mechanische Energie. Daher kommt es, dass Wärmeenergie früher in Kalorien gemessen wurde, während mechanische Energie in erg gemessen wurde. Heute wissen wir aber, dass Wärme und mechanische Energie äquivalent sind. Deshalb gilt heute für alle Energieformen die Einheit Joule. Kalorien lassen sich ebenso wie erg in Joule umrechnen.

Einstein fand nun heraus, dass sich auch Masse in Energie umwandeln lässt (ebenso wie sich Wärme in mechanische Energie umwandeln lässt). Masse ist damit eine Energieform geworden (wenn auch wegen ihrer Stofflichkeit eine besondere) wie Wärme, elektrische oder potentielle Energie auch. Einstein konnte sogar angeben, wie man Masse in Energie umrechnen kann. Der Zusammenhang wird durch seine wohl berühmteste Formel

Formel 3: $E = m \cdot c^2$

hergestellt. Dabei ist die Masse in kg anzugeben, um die Energie in Joule zu erhalten. Ferner ist c die Lichtgeschwindigkeit, deren Wert wir bereits zu

$$c = 2,9979 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

angegeben hatten.

Könnte man eine Masse von 1 kg vollständig in Energie verwandeln, so ergäbe dies den gigantischen Betrag von (rund) $9 \cdot 10^{16}$ J, was ausreichen würde, die Stadt Hamburg zwei Jahre lang mit elektrischer Energie zu versorgen.

Da wir in der Kernphysik Massen meist in atomaren Masseneinheiten u und Energien in MeV angeben, ist es praktischer, eine Formel aufzustellen, um die Masse von 1 u in die Energie 1 MeV umzurechnen. Mit den Daten aus dem Buch (S. 479) erhalten wir:

$$1 \text{ u} = 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \quad | \cdot c^2$$

$$1 \text{ u} \cdot c^2 = 1,4924 \cdot 10^{-10} \text{ J} \quad | : e$$

$$1 \text{ u} \cdot c^2 = 931,494 \cdot 10^6 \text{ eV} = 931,494 \text{ MeV}$$

Im Endergebnis ergibt sich also die Umrechnungsformel

Formel 4: $E = 931,494 \text{ MeV/u} \cdot m$

in der alle Umrechnungsfaktoren und die Lichtgeschwindigkeit bereits eingearbeitet sind. Wird m in u eingesetzt, erhalten wir direkt E in MeV.

Wir setzen darin den weiter oben ermittelten Massendefekt des Heliums ($0,030374 \text{ u}$) ein und erhalten als äquivalente Energie:

$$E = 931,494 \text{ MeV/u} \cdot 0,030374 \text{ u} = 28,29 \text{ MeV}$$

Es ergibt sich somit gerade die Bindungsenergie des Helium-Kerns (vgl. S. 9). Wir können dieses Phänomen folgendermaßen deuten: Werden zwei Protonen und zwei Neutronen zu einem Helium-4 Kern zusammengefügt, so nimmt die potentielle Energie und ebenso die Gesamtenergie aller vier Nukleonen stark ab, sobald sie in den Einflußbereich der Kernkraft gelangen. Dabei wird Energie in Form von Gammastrahlung frei. Der entstandene Helium-Kern besitzt eine geringere Energie als die vier einzelnen, voneinander getrennten Nukleonen. Wegen der Äquivalenz von Masse und Energie entspricht dies auch einer geringeren Masse, die sich im Massendefekt äußert. Die frei gewordene Energie ist das Äquivalent zum Massendefekt. Sie ist wieder aufzuwenden, wenn wir den Helium-Kern wieder in seine vier Nukleonen aufspalten wollen. Da diese Energie also für den festen Zusammenhalt der Kernteilchen sorgt, nennen wir sie Bindungsenergie. Somit ist die Bindungsenergie das Äquivalent des Massendefekts.

Die Bindungsenergie E_B kann als Energieäquivalent des Massendefekts Δm eines Atomkerns aufgefaßt werden. Zwischen den beiden Größen besteht der Zusammenhang $E_B = \Delta m \cdot c^2$, oder in kernphysikalischen Einheiten

$$E_B = 931,494 \text{ MeV/u} \cdot \Delta m.$$

Im Prinzip tritt der Massendefekt auch bei allen anderen gebundenen Systemen auf. Beim Wasserstoff Atom ist z. B. ein Elektron durch die elektrische (Coulomb-) Kraft an den Kern gebunden. Da die Coulomb Kraft aber viel schwächer als die Kernkraft ist, ist die Bindungsenergie (Ionisationsenergie) verhältnismäßig klein, so dass der Massendefekt hier vernachlässigt werden kann.

Hausaufgabe 7

a) Berechnen Sie die Bindungsenergie von U-238!

- b) Berechnen Sie den Massendefekt für ein Wasserstoff Atom (im Grundzustand). Setzen sie den gefundenen Wert ins Verhältnis zur Elektronenmasse. Bedenken Sie, dass E in MeV anzugeben ist.
- c) Lesen Buch S. 425 und KB Abschn. 1.4!

Lösung:

- a)
b)

1.3 Radioaktivität

[Fotokopie „Entdeckung der Radioaktivität“ austeilen](#)

Durch Zufall machte 1896 der französische Physiker H. A. Becquerel (1852 – 1908) eine merkwürdige Entdeckung. Er hatte in einer Schublade einige Brocken Uransalze liegen. Die Uransalze lagen auf lichtdicht eingepackten Fotoplatten. Nach der Entwicklung der belichteten Platten zeigte sich eine Schwärzung in der Form des Gesteinsbrockens. Zuerst ärgerten ihn diese verdorbenen Fotoplatten. Er untersuchte den Vorgang aber dann genauer und fand heraus, dass diese Schwärzung gerade immer dann auftrat, wenn die Uransalze in der Nähe der Fotoplatten lagen. Er führte das darauf zurück, dass die Uransalze eine unsichtbare Strahlung aussenden. Ferner stellte er fest, dass diese Strahlung die Luft ionisierte. Durch diesen zunächst ärgerlichen Zufall hatte er eine der folgenreichsten Entdeckungen der Physik gemacht: die Entdeckung der **Radioaktivität**.

Das Ehepaar Marie Curie (1867 - 1937) und Pierre Curie (1859 – 1906) griff diese Entdeckung auf und untersuchte weitere Mineralien auf ihre Strahlung hin. Sie fanden 1898 zwei weitere strahlende Elemente, die aus dem Mineral Pechblende aus Joachimsthal (Böhmen) gewonnen wurde und viel stärker als Uran strahlten. Zuerst das Element Polonium (M. Curie ist Polin!) und etwas später ein neues Element, das wieder rund 10 000 mal stärker als Polonium strahlte, das Radium. Bald darauf wurden auch Actinium und Thorium als Strahler identifiziert. Die Strahlen aussenden Atomsorten werden als **Radionuklide** bezeichnet. Für ihre Entdeckungen erhielt das Ehepaar Curie 1903 den Nobelpreis für Physik (M. Curie noch einmal 1911 für Chemie! Nehmen Sie sich ein Beispiel an dieser Frau!).

1.3.1 Eigenschaften radioaktiver Strahlung

Die Erscheinung der Radioaktivität war so neuartig und merkwürdig, dass Forscher in aller Welt diese Untersuchungen aufgriffen. Dabei ergaben sich folgende Eigenschaften (Buch S. 406):

[Fotokopie „Erforschung der Radioaktivität“ austeilen](#)

- Die Aussendung radioaktiver Strahlung kann durch äußere Einwirkung **nicht beeinflusst** werden. Dabei spielt es keine Rolle, ob chemische oder physikalische Methoden angewandt werden. Insbesondere ist die Strah-

lenaussendung unabhängig von Druck und Temperatur. (Chemische Reaktionen sind demgegenüber empfindlich für Temperaturänderungen.)

- Ein radioaktives Präparat ist immer etwas **wärmer** als seine Umgebung. Offenbar ist die Strahlenaussendung mit einer Energieabgabe verbunden.
- Die radioaktive Strahlung **durchdringt** andere Stoffe. Hierin verhält sie sich ähnlich wie Röntgenstrahlung. Unter „andere Stoffe“ ist insbesondere auch menschliches Körpergewebe zu verstehen.
- Radioaktive Strahlung wirkt **ionisierend**. Der durchstrahlte Stoff wird dabei kurzzeitig leitfähig. Lebende Zellen werden durch die Ionisierung geschädigt.
- Für die radioaktive Strahlung ist der **Atomkern** verantwortlich.

Diese Untersuchungen lassen sich dahingehend deuten, dass es sich nicht um einen chemischen Vorgang handelt. Es müssen vielmehr Prozesse im Atomkern für die radioaktiven Strahlen verantwortlich gemacht werden.

Lässt man die Strahlung eines Radiumpräparats ein Magnetfeld durchlaufen, stellt man fest, dass die Strahlung aus drei Komponenten besteht:

[Fotokopie zur Alpha-, Beta- und Gammastrahlung im Magnetfeld austeilen.](#)

- a) Ein Teil der Strahlung wird schwach nach oben abgelenkt. Dies deutet auf eine positive elektrische Ladung hin. Man nennt diese Strahlung **Alphastrahlung**.
- b) Ein weiterer Teil der Strahlung wird im Magnetfeld stark nach unten gebogen, was auf eine negative elektrische Ladung schließen lässt. Diese Komponente nennt man **Betastrahlung**.
- c) Ein Teil der Strahlung wird vom Magnetfeld gar nicht abgelenkt. Diese elektrisch neutrale Komponente nennt man **Gammastrahlung**.

Diese zunächst ad hoc eingeführten Namen haben sich bis heute gehalten, obwohl wir heute die Natur dieser Strahlen kennen ([Buch S. 412, KB S. 9](#)):

- a) Bei den Alphastrahlen handelt es sich um Kerne des He-4.
- b) Bei den Betastrahlen handelt es sich um Elektronen. Diese Elektronen stammen aus dem Atomkern, *nicht* aus der Atomhülle!
- c) Bei den Gammastrahlen handelt es sich um sehr kurzwellige elektromagnetische Strahlung, also um Licht. Die Energiequanten dieser Strahlung tragen eine sehr hohe Energie in sich, dadurch verhält sich Gammastrahlung eher wie eine Teilchenstrahlung als eine Wellenstrahlung (z. B. sichtbares Licht oder Rundfunkwellen).

Radioaktive Strahlen werden in Alpha-, Beta- und Gammastrahlen eingeteilt. Alphastrahlen sind He-4 Kerne, Betastrahlen sind Elektronen und Gammastrahlen sind hochenergetische Lichtquanten.

1.3.2 Reichweite und Durchdringungsfähigkeit (Buch S. 406)

1.3.2.1 Alphastrahlen

Grafik „Reichweiten von Alpha- und Betastrahlen in Luft“ austeilen!

Alphastrahlen werden mit einer (kinetischen) Energie ausgesandt, die für die meisten Kerne im Bereich von 2 MeV bis 9 MeV liegt. Ein bestimmter Alphastrahler sendet dabei Alphateilchen mit einer bestimmten, festen Energie aus. Alphateilchen führen zu einer starken Ionisation pro Zentimeter Weglänge, daher geben sie ihre Energie auf einer kurzen Wegstrecke vollständig ab. In Luft fliegen Alphateilchen einige Zentimeter weit, in festen Stoffen und Flüssigkeiten reduziert sich die Fluglänge auf wenige Zehntel Millimeter (etwa 0,1 bis 0,3 mm). Sie können also schon durch etwas dickeres Papier vollständig abgeschirmt werden (ein bis zwei Postkarten sollten im allgemeinen schon ausreichen).

Hausaufgabe 8

- Bei einem alpha-aktiven Präparat stellt man (in Luft) eine Reichweite von 6 cm fest. Welche Energie hatten die Alphateilchen?
- Welche Reichweite in Luft erreichen Betastrahlen von 4 MeV Energie?

Lösung:

- MeV
- cm

Fotokopie Nebelkammerbild austeilen, Folie auflegen.

Radioaktive Strahlen können in einer Nebelkammer (Buch S. 404) sichtbar gemacht werden. Der Druck in der Kammer kann durch einen Stempel kurzzeitig und plötzlich verringert werden. Die Feuchtigkeit in der Luft löst sich bei dem geringeren Druck nicht mehr in der Luft und neigt zur Kondensation. Die ionisierten Luftmoleküle bilden für das Wasser „willkommene“ Kondensationskerne, es bilden sich schnell kleinste Nebeltröpfchen. Bei seitlicher Beleuchtung werden sie als feine Kondensstreifen sichtbar und machen so die Spur der radioaktiven Teilchen erkennbar.

1.3.2.2 Betastrahlen

Betateilchen werden mit Energien von bis zu 3 MeV (bei natürlichen Strahlern) ausgesandt. Wegen ihrer geringen Masse erreichen sie hohe Geschwindigkeiten, die bis nahe an die Lichtgeschwindigkeit reichen kann (z. B. $E=3 \text{ MeV}$ als kinetische Energie $\rightarrow v = 0,99c$). Die Energie der Betateilchen eines bestimmten Strahlers hat im Gegensatz zu Alphastrahlen keinen festen Wert, sondern eine breite Energieverteilung von Null bis zu einem Maximalwert, der für den Mutterkern charakteristisch ist. Es treten relativ wenige Ionisationsvorgänge pro Zentimeter Weglänge auf. Beides führt dazu, dass die Reichweite von Betastrahlen in weiten Grenzen schwankt. In Luft liegt die Reichweite bei einigen Metern, in Wasser bei einigen Millimetern bis wenigen Zentimetern (z. B. bei 3 MeV etwa 1,5 cm). Betastrahlung ist also durchdringender als Alphastrahlung. Man kann sie am besten durch Bleiblech

von einigen Millimetern Dicke abschirmen (zur Abschirmung eignen sich generell Materialien mit einer hohen Dichte besonders gut).

1.3.2.3 Gammastrahlen

Gammastrahlung durchdringt die Luft fast ohne Abschwächung. Sie ist also noch wesentlich durchdringender als Betastrahlung. Zur Abschirmung vor Gammastrahlen müssen dicke Bleiklötze (einige Zentimeter dick) verwendet werden.

[Fotokopie „Eigenschaften radioaktiver Strahlungen“ austeilen!](#)

1.3.3 Kernumwandlungen

Allen drei erwähnten Strahlungsarten liegt eine Kernumwandlung zugrunde. Diese Kernumwandlungen nennt man auch kurz **Zerfälle**. Es soll nun untersucht werden, um welche Umwandlungen es sich im einzelnen handelt.

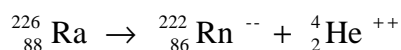
[Fotokopie „Arten radioaktiver Strahlung“ austeilen!](#)

1.3.3.1 Alphazerfall

Bei der Alphastrahlung katapultiert der Kern ein Alphateilchen heraus. Wir wissen heute, dass das Alphateilchen ein Heliumkern ist. Dem ursprünglichen Kern gehen also 2 Protonen und zwei Neutronen verloren. Das Alphateilchen fliegt mit hoher Geschwindigkeit (→ kinetische Energie!) davon.

Durch die 2 verlorengegangenen Protonen verringert sich die Kernladungszahl um 2. Da, wie wir bereits wissen, die Kernladungszahl mit der Ordnungszahl identisch ist, entsteht beim α -Zerfall **ein Kern eines anderen Elements**, dessen Ordnungszahl um 2 kleiner ist als beim ursprünglichen (Mutter-) Kern. Daltons Postulat unwandelbarer Atome ist damit also nicht mehr aufrechtzuerhalten! Da auch die Neutronenzahl um 2 verringert wird, hat der neu entstandene (Tochter-) Kern eine um 4 kleine Massenzahl.

Beispiel mit Radium:



Wir prüfen an diesem Beispiel gleich die uns bekannten Erhaltungssätze.

- a) **Ladungserhaltung:** Die elektrische Ladung der Kerne wird durch die Kernladungszahl Z ausgedrückt (in Elementarladungen).

Linke Seite: 88

Rechte Seite: 86 + 2

Auf beiden Seiten ergibt sich also in Summe $Z = 88$. Somit ist die Ladungserhaltung erfüllt.

- b) **Massenerhaltung:** ist in der Kernphysik durch den Massendefekt nicht mehr exakt erfüllt. Jedoch gehen bei dieser Reaktion (und auch bei allen anderen) keine Nukleonen verloren. Aus dieser Beobachtung stellte man einen neuen Erhaltungssatz, die Erhaltung der Nukleonenzahl, auf.

- c) **Nukleonenzahl:** Die Nukleonenzahl wird durch die Massenzahl A ausgedrückt.

$$\text{Linke Seite: } \quad 226$$

$$\text{Rechte Seite: } \quad 222 + 4$$

In Summe ergibt sich auf beiden Seiten $A=226$.

- d) **Energieerhaltung:** können wir nicht nachprüfen, da die Energien der Zerfallsprodukte unbekannt sind. Die Energie ist aber erhalten (glauben Sie es mir), wenn man berücksichtigt, dass die Masse auch eine Form der Energie ist.

Wir stellen zunächst die Massenbilanz auf:

$$138m_n + 88m_p - \Delta m(\text{Ra}) \rightarrow$$

$$136m_n + 86m_p - \Delta m(\text{Rn}) + 2m_n + 2m_p - \Delta m(\text{He}) =$$

$$138m_n + 88m_p - \Delta m(\text{Rn}) - \Delta m(\text{He})$$

Die Nukleonenmassen sind auf beiden Seiten gleich, sie fallen heraus:

$$-\Delta m(\text{Ra}) \rightarrow -\Delta m(\text{Rn}) - \Delta m(\text{He}) \quad | \cdot c^2$$

$$-E_B(\text{Ra}) \rightarrow -E_B(\text{Rn}) - E_B(\text{He})$$

Die Energiebilanz wird durch kinetische Energie der Zerfallsprodukte wieder ausgeglichen:

$$-E_B(\text{Ra}) = -E_B(\text{Rn}) - E_B(\text{He}) + E_{\text{kin}}$$

Die Bindungsenergien der beteiligten Nuklide sind:

$$E_B(\text{Ra}) = 1731,61 \text{ MeV}$$

$$E_B(\text{Rn}) = 1708,18 \text{ MeV}$$

$$E_B(\text{He}) = 28,296 \text{ MeV}$$

$$-1731,61 \text{ MeV} = -1708,18 \text{ MeV} - 28,296 \text{ MeV} + E_{\text{kin}} =$$

$$-1736,476 \text{ MeV} + E_{\text{kin}} \quad | \cdot -1$$

$$1731,61 \text{ MeV} = 1736,476 \text{ MeV} - E_{\text{kin}}$$

Entscheidend ist hier, dass die Bindungsenergie der Zerfallsprodukte in Summe größer (mindestens gleich) der Bindungsenergie des Ausgangskern ist. Eine auftretende (positive) Differenz kann immer durch die kinetische Energie des He-Atoms ausgeglichen werden. Die kinetische Energie können wir nun berechnen:

$$E_{\text{kin}} = 1736,476 \text{ MeV} - 1731,61 \text{ MeV} = 4,866 \text{ MeV}$$

Sie kommt hauptsächlich den α -Teilchen zugute. Daran sehen wir auch, dass die α -Teilchen eine feste Energie haben müssen.

Beim Alphazerfall werden aus dem Mutterkern He-4 Kerne herausgeschleudert. Der Tochterkern hat eine um 4 kleinere Massenzahl und eine um 2 kleinere Ordnungszahl.

Der Tochterkern kann selbst wieder radioaktiv sein. Im genannten Beispiel ist Radon-222 wieder ein Alphastrahler.

Genau genommen entsteht zunächst ein doppelt negativ geladenes Radon Ion $^{222}\text{Rn}^{--}$ (da zwei positive Kernladungen fehlen). Die überschüssigen Elektronen werden dem Atom aber bald durch ein umherfliegendes Alphateilchen entrissen, so dass sich wieder neutrale Atome bilden. Auf die Hüllenelektronen werden wir im folgenden nicht weiter eingehen.

Hausaufgabe 9

Verfolgen Sie den Zerfall von Radium-219 anhand der Nuklidkarte. Notieren Sie alle Zwischenschritte, bis ein stabiler Kern erreicht wird (Darstellung abwärts).

1.3.3.2 Betazerfall

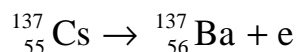
Vgl. Buch S. 406 und KB S. 13.

Beim Betazerfall wandelt sich im Kern ein Neutron in ein Proton um, wobei ein Elektron aus dem Kern fliegt. Symbolisch schreibt man dafür kurz

$n \rightarrow p + \beta$ oder den heutigen Erkenntnissen entsprechend $n \rightarrow p + e$

Wir prüfen an dieser Stelle gleich die Erhaltungssätze für Nukleonenzahl, Kernladungszahl und Energie (Masse).

Dadurch behält der Tochterkern zwar die Massenzahl bei, seine Ordnungszahl ist aber um 1 höher. Auch hierbei entsteht also ein anderes chemisches Element. Beispiel mit Cäsium-137:



Beim Betazerfall wandelt sich ein Neutron in ein Proton um, wobei ein Elektron aus dem Kern geschleudert wird. Der Tochterkern hat bei gleicher Massenzahl eine um 1 höhere Ordnungszahl.

Auch hier kann natürlich der Tochterkern wieder radioaktiv sein. Ein freies Neutron (d. h. außerhalb eines Kerns) ist auch radioaktiv und zerfällt nach dem oben angegebenen Schema.

Es soll hier betont werden, dass das herausfliegende Elektron *nicht aus der Atomhülle* stammt! Ebenso darf man sich nicht vorstellen, dass es bereits im Kern „geschlummert“ hätte und beim Betazerfall nur noch herausgeschleu-

dert wird. Man muss sich vielmehr vorstellen, dass es erst in dem Moment entsteht, in dem sich das Neutron in ein Proton umwandelt.

Es gibt auch einige wenige Nuklide, bei denen Alphastrahlung *und* Betastrahlung auftritt. Beide Zerfallsarten treten jedoch für einen bestimmten Kern nie gleichzeitig auf, sondern immer nur entweder Alpha oder Beta. Welche Zerfallsart ein bestimmter Kern "wählt", lässt sich nicht vorhersagen. Man kann nur eine Wahrscheinlichkeit w_α für den Alphazerfall angeben (dann ist $1-w_\alpha$ die Wahrscheinlichkeit für den Betazerfall). Ein Beispiel dafür ist Wismut-212, das mit 35% Wahrscheinlichkeit einen Alphazerfall macht.

Hausaufgabe 10

Verfolgen Sie den Zerfall von Rn-224 bis zu einem stabilen Nuklid.

1.3.3.3 Gammastrahlung

Buch S. 412.

Gammastrahlung tritt zusammen mit Alpha- oder Betastrahlung auf. Der beim Alpha- oder Betazerfall entstandene Tochterkern ist meistens in einem angeregten Zustand „geboren“ worden (d. h. die Nukleonen kreisen sehr schnell umeinander → große kinetische Energie). Durch die Aussendung von Gammaquanten gelangt der Kern, möglicherweise über mehrere Zwischenstufen (→ Gammaquanten verschiedener Energie) in seinen Grundzustand (niedrigste Energie). Dieser Vorgang ist also analog zu dem aus der Atomphysik bereits bekannten Fall, dass ein Elektron von einem hohen Energieniveau auf ein niedrigeres fällt und dabei Lichtquanten abstrahlt. Protonen- und Neutronenzahl bleiben dabei unverändert, so dass bei der Gammastrahlung das chemische Element erhalten bleibt.

Gammastrahlung tritt in Verbindung mit Alpha- oder Betastrahlung auf. Der Tochterkern gibt dadurch überschüssige Energie ab.

Fotokopie S. 66 aus Keßler austeilen

Beispiel: Der Betazerfall von Thallium-208 führt zu Blei-208 in einem angeregten Zustand. Dieser geht durch Aussendung von Gammastrahlung in mehreren Stufen in den Grundzustand über. Dabei wird beim Sprung von Niveau 3 nach 0 Gammastrahlung mit der Energie 0,833 MeV (aus Abbildung) abgegeben. Die zugehörige Wellenlänge ermitteln wir mit Hilfe der bekannten Formel

$$\lambda = c \cdot h / \Delta E$$

wobei h in eVs angegeben werden muss, da ΔE in eV eingesetzt wird. Den Wert hatten wir bereits früher in einer Hausaufgabe ermittelt: $h = 4,136 \cdot 10^{-15}$ eVs. Mit $c = 2,9979 \cdot 10^8$ m/s ergibt sich im Zähler $c \cdot h = 1,24 \cdot 10^{-6}$ eV m. Mit $\Delta E = 0,833$ MeV ergibt sich eine Wellenlänge von $\lambda = 1,49 \cdot 10^{-12}$ m = 1,49 pm.

Wenn wir die bisher dargelegten Kernumwandlungen noch einmal untersuchen, können wir feststellen, dass in allen Fällen die elektrische Ladung und auch die Massenzahl, d. h. die Anzahl der Nukleonen, erhalten bleibt. Dies wird sich auch bei den später noch zu besprechenden Kernspaltungen als zutreffend erweisen. Wir merken uns

Bei allen Kernreaktionen bleibt sowohl die Kernladungszahl als auch die Massenzahl erhalten. Die Erhaltung der Kernladungszahl ist Ausdruck des allgemeineren Satzes von der Ladungserhaltung.

Hausaufgabe 11

Bestimmen Sie anhand der ausgeteilten Fotokopie die Energie und Wellenlänge der drei Gammaquanten beim Po-212.

Lösung: 1,8cm: ;
1,6cm: ; 0,9cm: .

1.3.4 Die radioaktiven Zerfallsreihen

Buch S. 417. Es gibt vier verschiedene Zerfallsreihen, von denen zwei beim Uran (U-238 und U-235) beginnen, eine beim Thorium und eine beim Plutonium. Uran ist ein radioaktiver Stoff, dessen Zerfall eine ganze Kette von Tochterkernen nach sich zieht. Diese gesamte Zerfallskette nennt man auch **Zerfallsreihe**. Plutonium (Ordnungszahl 94) liegt ebenso wie Americium (Ordnungszahl 95) und Neptunium (Ordnungszahl 93) im Periodensystem hinter dem Uran, das unter den natürlich vorkommenden Elementen die höchste Ordnungszahl besitzt. Man bezeichnet alle diese dem Uran folgenden Elemente, die sich nur künstlich herstellen lassen, zusammenfassend als **Transurane**.

1.3.4.1 Die Thorium-Zerfallsreihe

Sie beginnt bei Thorium-232 und endet bei Blei-208. Die Massenzahlen der Glieder dieser Reihe haben die Form $4 \cdot n$.

1.3.4.2 Die Uran-Radium-Zerfallsreihe

Diese Reihe hat ihren Namen vom Ausgangsnuklid Uran-238 und dem in der Zerfallsreihe auftretenden Radium, das bei der Erforschung der Radioaktivität eine besonders wichtige Rolle gespielt hat. (Radium kommt aber auch in allen anderen Zerfallsreihen vor, so dass diese Namensgebung nicht besonders aussagekräftig ist.) Die Reihe endet bei Blei-206.

Untersucht man die Massenzahlen der beteiligten Nuklide, stellt man fest, dass sie dem Schema $A = 4 \cdot n + 2$ gehorchen. Beispiel: Das Ausgangsnuklid hat die Massenzahl $238 = 4 \cdot 59 + 2$, für den Tochterkern Thorium-234 gilt

$234 = 4 \cdot 58 + 2$ usw. bis zu $206 = 4 \cdot 51 + 2$. Dies ist auch verständlich, da sich die Massenzahl nur bei einem α -Zerfall ändert, u. z. um 4.

1.3.4.3 Die Uran-Actinium-Zerfallsreihe

Sie beginnt mit Uran-235, einem für die Kernenergie wichtigem Nuklid, und endet bei Blei-207. Die Massenzahlen dieser Reihe haben die Form $4 \cdot n + 3$.

1.3.4.4 Die Neptunium-Zerfallsreihe

Das Ausgangsnuklid ist das (künstliche) Plutonium-241 und das Endnuklid Wismut-209. Diese Zerfallsreihe wurde erst verhältnismäßig spät entdeckt. Der Grund dafür besteht darin, dass sie in der Natur bereits „ausgestorben“ ist, weil die Halbwertszeit des langlebigsten Nuklids dieser Reihe, Neptunium-237, mit $2,2 \cdot 10^6$ Jahren klein gegenüber dem Alter der Erde mit $4,5 \cdot 10^9$ Jahren ist. Das Ausgangsnuklid dieser Reihe musste daher erst künstlich hergestellt werden. Die Massenzahlen dieser Reihe folgen dem Schema $4 \cdot n + 1$.

Übungsaufgabe: Verfolgen Sie den Zerfall von Pu-241 anhand der Nuklidtable im Buch!

Pu-241 $\rightarrow \beta \rightarrow$ Am-241 $\rightarrow \alpha \rightarrow$ Np-237 $\rightarrow \alpha \rightarrow$ Pa-233 $\rightarrow \beta \rightarrow$ U-233 $\rightarrow \alpha \rightarrow$

Th-229 $\rightarrow \alpha \rightarrow$ Ra-225 $\rightarrow \beta \rightarrow$ Ac-225 $\rightarrow \alpha \rightarrow$ Fr-221 $\rightarrow \alpha \rightarrow$ At-217 $\rightarrow \alpha \rightarrow$

Bi-213 $\rightarrow \beta \rightarrow$ Po-213 $\rightarrow \alpha \rightarrow$ Pb-209 $\rightarrow \beta \rightarrow$ Bi-209

1.3.4.5 Weitere natürliche Radionuklide

Auch außerhalb der Zerfallsreihen gibt es natürliche Radionuklide, die sich durch eine mit dem Erdalter vergleichbare Halbwertszeit auszeichnen. Von diesen sei hier nur Kalium-40 mit einer Halbwertszeit von $1,27 \cdot 10^9$ Jahren erwähnt (ein Betastrahler).

1.3.5 Die Aktivität

Buch S. 412, KB S. 18: Um die Radioaktivität auch zahlenmäßig zu erfassen, führt man die neue Größe **Aktivität** ein. Sie gibt die Anzahl der Zerfälle pro Zeiteinheit an.

Aktivität $A = \text{Anzahl der Zerfälle} / \text{Zeitdauer}$

Zur Zeit t mögen $N(t)$ Kerne und zur etwas späteren Zeit $t + \Delta t$ mögen $N(t + \Delta t)$ Kerne vorhanden sein. $N(t + \Delta t)$ wird kleiner sein als $N(t)$, da in der Zeitspanne Δt schon einige Kerne zerfallen sind. Mit ΔN bezeichnen wir die Differenz

$$\Delta N = N(t + \Delta t) - N(t)$$

Diese Differenz wird negativ ausfallen, was wir aber in Kauf nehmen, um dem allgemeinen Schema „ $\Delta = \text{neuer Wert} - \text{alter Wert}$ “ zu folgen. ΔN (ne-

gativ) gibt somit die Abnahme der noch nicht zerfallenen (Mutter-) Kerne an, die Anzahl der zerfallenen Kerne ist dann durch die positive Zahl $-\Delta N$ gegeben. Die Aktivität, die diese Zerfälle in der Zeitspanne Δt hervorrufen, ist dann definiert als

Formel 5: $A = -\Delta N / \Delta t$

Da die Anzahl der Kernumwandlungen eine einheitenlose Zahl ist und die Zeit standardmäßig in Sekunden gemessen wird, ergibt sich für die Aktivität die Einheit 1/s. Diese Einheit bekommt bei der Aktivität den besonderen Namen **Becquerel**, abgekürzt Bq. Ein Stoff, bei dem pro Sekunde im Durchschnitt ein Kern zerfällt, hätte also eine Aktivität von 1 Bq. Es spielt dabei *keine* Rolle, ob es sich um einen Alpha- oder Betazerfall handelt.

Die Aktivität nimmt durch den Zerfall von Kernen im Laufe der Zeit ab. Die obige Gleichung liefert nur dann ein hinreichend genaues Ergebnis, wenn innerhalb der Zeitspanne Δt die Aktivität annähernd als konstant angesehen werden kann. Anderenfalls liefert die Gleichung nur den durchschnittlichen Aktivitätswert in der Zeitspanne Δt . Dies ist übrigens ganz analog zu der in FG11 behandelten Geschwindigkeit $v = \Delta s / \Delta t$ eines beschleunigten Körpers.

Bsp.: Angenommen, von einer radioaktiven Substanz sind zur Zeit $t=0$ genau $1 \cdot 10^6$ Kerne vorhanden, nach einer Minute sind nur noch $0,99784 \cdot 10^6$ Kerne vorhanden. Also ist $\Delta N = -2160 \Rightarrow -\Delta N = 2160$. Die Zeitspanne Δt ist 60 s, also
 $A = -\Delta N / \Delta t = 2160 / 60 \text{ s} = 36 \text{ Bq}$

Hausaufgabe 12

Bei einem radioaktiven Präparat gibt der Hersteller eine Aktivität von 25 kBq an. Wieviele Kerne dieses Präparats zerfallen täglich? (Die Aktivitätsabnahme innerhalb eines Tages sei vernachlässigbar gering.)

Lösung: $-\Delta N = A \Delta t = \text{Zerfälle}$

In der Praxis ist meist die Anzahl der Kerne nicht bekannt. Man kann sie aber durch wiegen bestimmen. Es muss immer gelten

Formel 6: $m = N \cdot m_{\text{Atom}}$

Die Atommassen kann man in günstigen Fällen in Tabellen nachschlagen (s. Anhang im Buch) oder näherungsweise die Massenzahl nehmen.

Ist die exakte Atommasse eines Nuklids nicht bekannt, kann als brauchbarer Näherungswert die Massenzahl A genommen werden. Die im PSE ausgewiesenen Atommassen sind in der Regel unbrauchbar (es sei denn, von dem Atom kommt nur ein stabiles Isotop in der Natur vor, z. B. He-4).

Bsp.: Ein U-232 Präparat hat zur Zeit $t=0$ eine Masse von 0,32 mg. Ein halbes Jahr später hat sich die Masse auf 0,3184 mg verringert. Welche Aktivität hat das Präparat (im Durchschnitt)? (N. B.: Die Masse von 0,3184 mg bezieht sich allein auf U-232! In der Praxis würde man natürlich die Masse der Tochterkerne (und deren Zerfallsprodukte) mitmessen, sofern sie nicht als Gas entweichen.)

Lösung: Die zerfallene Masse Δm ist $0,3184 - 0,32 \text{ mg} = -1,6 \cdot 10^{-3} \text{ mg} = -1,6 \cdot 10^{-9} \text{ kg}$ | $1 \text{ mg} = 10^{-6} \text{ kg} \text{ !!!}$

Die Anzahl der zerfallenen Kerne ist dann $\Delta N = \Delta m / m_{\text{Atom}}$, die Atommasse ist im Anhang angegeben zu 232,037146 u. Mit dem Umrechnungsfaktor (s. Formelsammlung) von $1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ erhalten wir:

$\Delta N = -1,6 \cdot 10^{-9} \text{ kg} / (232,037146 \cdot 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}) = -4,1525 \cdot 10^{15}$ (in M speichern). Wie zu erwarten ist die Zahl negativ. Die Zeitspanne ist $1/2$ Jahr, wir rechnen das Jahr zu 365,25 Tage, in Sekunden ergibt sich

$\Delta t = 0,5 \cdot 365,25 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} = 15\,778\,800 \text{ s}$. Die Aktivität ist dann

$A = -\Delta N / \Delta t = [-M/\text{Ans}] = 263,17 \text{ MBq}$

In dem Stoff laufen also in jeder Sekunde rund 263 Mio. Zerfälle ab! Das ist bereits ein ziemlich hoher Wert. Bedenken Sie ausserdem, dass der Aktivität nur eine winzige Masse von 0,32 mg zugrunde liegt.

Unter der Aktivität A versteht man den Quotienten aus der Anzahl der Zerfälle $-\Delta N$ und der Zeitspanne Δt , in der diese Zerfälle erfolgten:

$$A = -\Delta N / \Delta t.$$

Als Maßeinheit der Aktivität wird das Becquerel (Bq) benutzt, wobei

$$1 \text{ Bq} = 1/\text{s} \text{ gilt.}$$

Anm.: Genau genommen steht der Differenzenquotient $\Delta N / \Delta t$ als Näherung für den Differentialquotienten $dN/dt = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta N / \Delta t$ (Ableitung nach t).

Für die Aktivität gilt dann: $A = -dN/dt$

Hausaufgabe 13

Strontium-90 ist ein Betastrahler. Der Tochterkern ist wieder ein Betastrahler, dessen Tochterkern stabil ist. Um welches Nuklid handelt es sich? Ein Präparat (des Sr-90) von $m(0)=1,5 \text{ mg}$ zerfällt im Laufe von 15 Tagen zu $m(t) = 1,4985 \text{ mg}$. Wieviel Zerfälle fanden in dieser Zeit statt? Wie groß war die Aktivität?

Lösung: .

=

.

.

Die Aktivität eines radioaktiven Stoffs kann mit einem Geiger-Müller-Zählrohr gemessen werden. Einzelheiten zur Funktionsweise können Sie dem Buch auf S. 404 entnehmen.

Folie Geiger-Müller-Zählrohr auflegen, Kopien austeilen.

Beispiel: Von einem radioaktiven Präparat mißt man mit einem Zählrohr in einer Stunde 864000 Impulse (Zerfälle). Die Aktivität des Präparats ist dann $864000/(3600 \text{ s}) = 240 \text{ Bq}$.

Da ein Kern, der zerfallen ist, diesen Zerfall nicht ein zweites Mal ausführen kann, nimmt die Anzahl der radioaktiven Kerne und somit die Aktivität im Laufe der Zeit ab, da die Aktivität proportional zur Anzahl der radioaktiven Kerne ist. Wir müßten also genau genommen immer $A(t)$ schreiben, um die Zeitabhängigkeit der Aktivität darzustellen. Von der möglichen Radioaktivität der Tochterkerne soll dabei der Klarheit wegen abgesehen werden. Wie schnell die Aktivität abnimmt, ist vom jeweiligen Ausgangsnuklid abhängig. Es kann sich um Sekunden, aber auch um Jahrtausende handeln. Wir werden dies gleich näher beleuchten.

Wegen der zeitlichen Abnahme der Aktivität gilt obige Formel nur näherungsweise für ein kleines Zeitintervall Δt , so dass innerhalb dieser kleinen Zeitspanne die Aktivitätsabnahme vernachlässigt werden kann.

Hausaufgabe 14

- 1) Wie funktioniert ein Geiger-Müller-Zählrohr?
- 2) Lesen KB 2.6 und 2.7. Welche veraltete Aktivitätseinheit wird manchmal noch verwendet und wie rechnet man sie in Bq um? Was versteht man unter der spezifischen Aktivität? Welchen Vorteil bietet diese Größe gegenüber der einfachen Aktivitätsangabe?
- 3) Wieviel Kalium Atome sind in 0,1 g enthalten (in der natürlichen Isotopenzusammensetzung)?

Lösung: =

1.3.6 Das Zerfallsgesetz

Beobachtet man den zeitlichen Ablauf der Zerfälle von z. B. Radium-226, so stellt man eine Regelmäßigkeit fest. Mißt man nämlich die Aktivität in festen Zeitabständen t_0, t_1, t_2 usw., so ist die Aktivität zum Zeitpunkt t_n gerade ein bestimmter Bruchteil der zum vorigen Zeitpunkt t_{n-1} gemessenen Aktivität. Dabei spielt es keine Rolle, wann mit der Messung begonnen wird. Welches Zeitintervall man dabei wählt, ist ebenfalls egal, es ändert nur den Bruchteil. Da die Aktivität von den radioaktiven Kernen herrührt, muss geschlossen werden, dass die Anzahl der noch radioaktiven Kerne in der gleichen Weise abnimmt.

Von einem bestimmten Radionuklid zerfällt in jedem Zeitintervall ein gleichbleibender Bruchteil der noch vorhandenen Atome.

Wählt man das Zeitintervall nun speziell so, dass der Bruchteil $\frac{1}{2}$ ist, erhält man die **Halbwertszeit** T_h . In dieser Zeit ist also gerade noch die Hälfte der ursprünglich vorhandenen Atome vorhanden, die andere Hälfte ist zu einem Tochterkern zerfallen. In der folgenden Zeitspanne von der Länge der Halbwertszeit ist dann *nicht* etwa der verbliebene Rest zerfallen, sondern von diesem wieder die Hälfte. Es verbleiben dann noch $\frac{1}{4}$ der ursprünglich vorhandenen Atome. In der nächsten Halbwertszeit zerfällt davon wieder die Hälfte ($\frac{1}{8}$ der ursprünglich vorhandenen Atome) usw. Die Halbwertszeit hängt vom dem jeweils betrachteten Radionuklid ab und ist für dieses charakteristisch. Sie variiert von Nuklid zu Nuklid in sehr weiten Grenzen, von Bruchteilen einer Sekunde bis hin zu Milliarden Jahren. Starke Strahler (hohe Aktivität) haben eine kurze Halbwertszeit und umgekehrt.

Unter der Halbwertszeit eines Radionuklids versteht man die Zeit, in der die Hälfte der zu Beginn vorhandenen Atome zerfallen ist. Sie ist eine für jedes Radionuklid charakteristische, unveränderliche Größe.

Die Halbwertszeit ist eine statistische Größe, die das Verhalten einer großen Zahl von Atomen beschreibt. Für ein einzelnes Atom kann man nicht sagen, wann es zerfällt.

Die Anzahl der noch nicht zerfallenen Atome nimmt also mit der Zeit ab. Der zeitliche Verlauf dieser Anzahl wird durch das Zerfallsgesetz beschrieben. Sei N_0 die Anzahl der zu einem willkürlich gewählten Zeitpunkt $t=0$ vorhandenen radioaktiven Atome eines bestimmten Radionuklids, dann ist die Anzahl der noch nicht zerfallenen Atome zu einem späteren Zeitpunkt t gegeben durch

Formel 7: $N(t) = N(0) \cdot 0,5^{(t / T_h)}$

Eine analoge Gleichung gilt auch für die Aktivität. Da die Aktivität A proportional zu der Anzahl N der noch unzerfallenen Kerne ist, gilt zu jedem beliebigen Zeitpunkt $A(t) = \text{const.} \cdot N(t)$. Daraus folgt $A(t) / N(t) = A(0) / N(0)$ oder anders aufgelöst:

$A(t) / A(0) = N(t) / N(0) = 0,5^{(t / T_h)}$. Aufgelöst nach $A(t)$ ergibt sich somit:

Formel 8: $A(t) = A(0) \cdot 0,5^{(t / T_h)}$

Die Proportionalitätskonstante wird Zerfallskonstante λ genannt. Somit gilt:

Formel 9: $A(t) = \lambda N(t)$

Ihre Maßeinheit ist $1/s$, was hier jedoch nicht als Bq bezeichnet wird, nur bei der Aktivität! Sie kann als die Wahrscheinlichkeit dafür interpretiert werden,

dass ein Kern innerhalb der folgenden kurzen Zeitspanne Δt zerfällt (kurz ist hier im Vergleich zur Halbwertszeit zu sehen).

Beispiel: Jod-131 ist ein Betastrahler mit einer Halbwertszeit von (rund) 8 Tagen. Ein Präparat besitze eine anfängliche Aktivität von 10 MBq. Wie groß ist die Aktivität nach einem Tag, nach einer Woche und nach einem Monat?

Hinweis: Bei der Berechnung mit dem Taschenrechner muss der Exponent t/T_h in Klammern gesetzt werden. Die Zeit t muss immer in der gleichen Zeiteinheit wie die Halbwertszeit angegeben werden, damit sich die Zeiteinheit herauskürzt!

Lösung: Nach einem Tag ($t=1$ d) ist die Aktivität:
 $A(1d) = 10 \text{ MBq} * 0,5^{1/8} = 9,17 \text{ MBq}$.

Nach einer Woche ($t=7$ d) ist die Aktivität:
 $A(7d) = 10 \text{ MBq} * 0,5^{7/8} = 5,45 \text{ MBq}$.

Nach einem Monat ($t=30$ d) ist die Aktivität:
 $A(30d) = 10 \text{ MBq} * 0,5^{30/8} = 0,743 \text{ MBq}$.

Das Zerfallsgesetz beschreibt das Verhalten einer großen Zahl von Kernen zutreffend, versagt jedoch, wenn es nur noch wenige radioaktive Kerne gibt.

Hausaufgabe 15

Cäsium-134 hat eine Halbwertszeit von 2,06 Jahren. Eine Probe hat anfänglich eine Aktivität von 100 GBq. Berechnen Sie die Aktivität nach 0, $\frac{1}{2}$, 1, 2, 3 und 4 Halbwertszeiten und stellen Sie die Werte in einem Diagramm dar.

Lösung:

1.3.6.1 Alternative Formulierung des Zerfallsgesetzes

Das Zerfallsgesetz lässt sich auch mit Hilfe der e-Funktion e^x ausdrücken. Die Zahl e (Eulersche Zahl) ist die Basis des natürlichen Logarithmus $\ln(x)$ (gesprochen: Logarithmus naturalis). Die beiden Funktionen sind Umkehrfunktionen voneinander: $e^{\ln x} = x$. Speziell für $x=2$: $e^{\ln 2} = 2$. Nun ist
 $\frac{1}{2}(t / T_h) = 2^{-(t / T_h)} = (e^{\ln 2})^{-(t / T_h)} = e^{-\ln 2 (t/T_h)} = e^{-\ln 2/T_h * t}$

Die Zahl $\ln 2 / T_h$ wird zu einer Konstanten λ (Zerfallskonstante) zusammengefasst. Wir erhalten somit:

Formel 10: $N(t) = N(0) e^{-\lambda t}$

und eine analoge Formel für $A(t)$. ACHTUNG: Da λ immer in der Einheit 1/s angegeben wird, muss t in dieser Formel immer in Sekunden angegeben werden, damit sich die Maßeinheit herauskürzt!

Wir sehen nun auch, wie die Zerfallskonstante mit der Halbwertszeit zusammenhängt:

Formel 11: $\lambda = \ln 2 / T_h$

Wir hatten die Zerfallskonstante als Zerfallswahrscheinlichkeit interpretiert. Stoffe mit einer kleinen Halbwertszeit haben demnach eine große Zerfallswahrscheinlichkeit (großes λ) und umgekehrt. Da λ auch als Proportionalitätsfaktor in der Gleichung $A(t) = \lambda N(t)$ auftritt, sehen wir, dass Stoffe mit großer Halbwertszeit (kleines λ) schwache Strahler sind, während umgekehrt die starken Strahler eine kurze Halbwertszeit haben. Starke Strahler, die ein hohes Gefahrenpotential darstellen, tun uns wenigstens den „Gefallen“, schnell zu zerfallen, so dass diese Gefahr nicht lange wirken kann. (Vergleichen Sie dies bitte einmal mit chemischen Giftstoffen, die im allgemeinen zeitlich stabil sind, unabhängig davon, ob es sich um ein starkes oder schwaches Gift handelt!)

Beispiel: C-14 ist ein Betastrahler mit einer Halbwertszeit von 5730 Jahren. Welche Aktivität haben 14 g dieses Stoffs? Wie groß ist die Zerfallskonstante von C-14?

Lösung: Wir berechnen zuerst die Zerfallskonstante λ nach Formel 11. Dabei muss beachtet werden, dass die Halbwertszeit in Sekunden angegeben werden muss.

$$T_h = 5730 \cdot 365,25 \cdot 24 \cdot 3600 = 1,8083 \cdot 10^{11} \text{s}.$$

Damit erhalten wir

$$\lambda = \ln 2 / 1,8083 \cdot 10^{11} \text{s} = 3,833 \cdot 10^{-12} \text{ 1/s (nicht Bq!!!) (Speichern)}$$

Die Aktivität berechnen wir nach Formel 9: $A(t) = \lambda N(t)$. Zunächst müssen wir die Anzahl der Atome ermitteln, die in 14 g Kohlenstoff-14 enthalten sind.

$$N = m/m_{\text{Atom}}$$

Die Atommasse von C-14 ist (näherungsweise) 14 u. Mit $1 \text{ u} = 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ (s. Formelsammlung) erhalten wir

$$N = 14 \text{ g} / (14 \cdot 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}) = 1 \text{ g} / 1,66054 \cdot 10^{-24} \text{ g} = \mathbf{6,022137 \cdot 10^{23}} = N_A$$

Diese wichtige Zahl N_A heißt **Avogadro'sche Konstante** oder auch Lohschmid'sche Zahl (im deutschen Sprachraum). Die Stoffmenge, die aus so vielen kleinsten Teilchen besteht (Atome oder Moleküle), nennt man ein **Mol**. Die Einheit Mol bemisst eine Stoffmenge nach der **Anzahl** der darin enthaltenen Teilchen und hat besonders in der Chemie Bedeutung, da es für chemische Reaktionen auf die Anzahl der Reaktionspartner ankommt und nicht etwa auf deren Masse. Um beispielsweise die Knallgasreaktion $2 \text{ H}_2 + \text{O}_2 \rightarrow 2 \text{ H}_2\text{O}$ vollständig ablaufen zu lassen, müssen 2 Mol Wasserstoff (der ebenso wie die meisten anderen Gase unter Normalbedingungen als zweiatomiges Molekül H_2 vorliegt) mit einem Mol Sauerstoff reagieren, um ein Mol Wasser zu ergeben (oder ein Vielfaches bzw. ein Bruchteil davon unter Wahrung des Zahlenverhältnisses 2:1). Die Masse, die ein Mol eines Stoffes besitzt, nennt man **Molmasse**. Sie ist für C-14 gerade 14 g, allgemein ist sie die in Gramm

ausgedrückte relative Atommasse des betreffenden Stoffs. Wenn wir nicht ein bestimmtes Isotop im Auge haben, nehmen wir die relative Atommasse des natürlichen Isotopengemischs (für Kohlenstoff: 12,0107).

Mit der gefundenen Anzahl der C-14 Atome können wir nun die Formel $A = \lambda \cdot N$ verwenden, um die Aktivität zu berechnen. Die Aktivität ist dann

$$A = 3,833 \cdot 10^{-12} \text{ 1/s} \cdot 6,022137 \cdot 10^{23} = 2,308 \cdot 10^{12} \text{ Bq} = 2,308 \text{ TBq.}$$

Die Stoffmenge ein Mol ist dadurch definiert, dass sie so viele kleinste Teilchen enthält, wie die Avogadro'sche Konstante $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ angibt. Die Molmasse eines Stoffs erhalten wir, indem wir die relative Atommasse in Gramm nehmen.

Hausaufgabe 16

Ein Präparat U-238 der Masse 0,1 g sendet in der Sekunde 1240 Alphateilchen aus. Wie groß ist die Halbwertszeit (in Jahren)?

Lösung:

1.3.7 Wechselwirkung radioaktiver Strahlung mit Materie

1.3.7.1 Ionisierung

Allen drei Strahlungsarten ist gemeinsam, dass sie Atome bzw. Moleküle **ionisieren**. Das herausgeschlagene Elektron lagert sich kurz danach an ein neutrales Atom an und bildet mit ihm ein negatives Ion. Ein Ionisationsvorgang führt daher immer zur Erzeugung eines **Ionenpaares**. Die Ionisation und die damit einhergehende Leitfähigkeit der Materie (z. B. Luft) für elektrischen Strom bildet die Grundlage des Nachweises radioaktiver Strahlen. Mit einem Geiger-Müller Zählrohr können die Ionisationsvorgänge gezählt werden. Bei einem schwachen Strahler können damit *einzelne Zerfälle* nachgewiesen werden. Die Nachweisgrenze liegt damit um Größenordnungen niedriger als etwa der Nachweis chemischer Giftstoffe!

Quantitativ wird die Ionisierung durch die Ionendosis erfaßt. Sie gibt die erzeugte Ladung (eines Vorzeichens) im Verhältnis zur durchstrahlten Masse an und wird daher in C/kg gemessen.

Formel 12: $I = Q/m$

Früher verwendete man dafür die Einheit Röntgen (R). Dabei gilt die Umrechnung $1 \text{ R} = 2,58 \cdot 10^{-4} \text{ C/kg}$.