1 Das internationale System (SI) der Maßeinheiten

1.1 Längenmessung: Der Meter

Eine der Grundgrößen in der Physik ist die Länge, die die geradlinige Entfernung zweier Punkte A und B angibt. Sie wird in Meter (m) gemessen. Der Meter war ursprünglich (1791) definiert als der vierzigmillionste Teil des Erdmeridians, der durch die Sternwarte von Paris verläuft. Dieser Meter wurde in Form eines Platinstabes als Vergleichsnormal hergestellt. Eine später von Bessel durchgeführte, genauere Erdvermessung offenbarte jedoch, dass der Meterstab ein wenig zu kurz ausgefallen war. Daher löste man sich auf einer Meterkonvention 1879 von der ursprünglichen Definition und verwendete den Platinstab als neue Definition des Meters. Um eine noch größere Genauigkeit und gleichzeitig Unabhängigkeit von einem Vergleichsnormal zu erreichen, revidierte man 1960 die Meterdefinition und legte den Meter als ein bestimmtes Vielfaches einer Wellenlänge fest, die das Krypton Atom aussendet. 1983 wurde diese Definition erneut revidiert und durch die Zeit ersetzt, die das Licht zum Durchlaufen eines Meters benötigt (1/299.792.458 Sekunde). Diese Feinheiten sind für praktische Messungen im (Schul-) Alltag jedoch unbedeutend.

Da in der Physik höchst unterschiedliche Längen vorkommen, werden dezimale Vielfache und Teile der Basiseinheit Meter gebildet und durch Vorsätze unmittelbar vor die Maßeinheit gesetzt. Diese Vorsätze werden auch für andere Einheiten (Volt, Sekunde, Ohm, Joule usw.) benutzt. Sie sind in der folgenden Tabelle zusammengefaßt:

Bezeichnung	*Abk.*	*Faktor*	*Beispiel*
Exa	E	10^{18}	Em, EJ
Peta	P	10^{15}	Pm, PJ
Tera	T	10^{12}	Tm, TJ
Giga	**G**	$\mathbf{10^9}$	**Gm, GJ**
Mega	**M**	$\mathbf{10^6}$	**Mm, MJ**
Kilo	**k**	$\mathbf{10^3}$	**km, kJ**
Hekto	h	10^2	hm, hJ, ha, hl
Deka	da	10	dam, daJ
Dezi	d	10^{-1}	dm, dJ
Zenti	**c**	$\mathbf{10^{-2}}$	**cm, cJ, cl**
Milli	**m**	$\mathbf{10^{-3}}$	**mm, mJ, ml**
Mikro	μ	$\mathbf{10^{-6}}$	**μm, μJ**
Nano	**n**	$\mathbf{10^{-9}}$	**nm, nJ, nA**

Bezeichnung	*Abk.*	*Faktor*	*Beispiel*
Pico	p	10^{-12}	pm, pJ
Femto	f	10^{-15}	fm
Atto	a	10^{-18}	am

Hier ist insbesondere genau auf die Groß- bzw. Kleinschreibung zu achten, denn z. B. der Buchstabe m kommt klein als Abkürzung für Milli, aber auch groß als Abkürzung für Mega vor.

Hausaufgabe 1

Lernen Sie die fett dargestellten Zeilen auswendig.

Zur Veranschaulichung enthält die folgende Tabelle die ungefähre Länge einiger Objekte:

Durchmesser der Milchstraße	10^{20} m
Entfernung des Sirius	10^{17} m
Entfernung Erde – Sonne	$1{,}5*10^{11}$ m
Durchmesser der Sonne	$1{,}4*10^{9}$ m
Entfernung Erde – Mond	$3{,}8*10^{8}$ m
Durchmesser der Erde	$1{,}3*10^{7}$ m
Mensch	1,7 m
Durchmesser eines Regentropfens	10^{-3} m
Bakterien	10^{-6} m
Durchmesser eines Atoms	10^{-10} m
Durchmesser eines Atomkerns	10^{-14} m

Flächen sind das Produkt zweier Längen und werden folglich in der Einheit Quadratmeter (m^2) gemessen. Die früher benutzte Abkürzung qm ist offiziell nicht mehr zulässig, ist aber trotzdem im Alltag noch häufig anzutreffen. Für die Fläche von Grundstücken ist noch das Ar (a) in Gebrauch, das einem Quadratdekameter entspricht: 1 a = 1 dam^2 = 100 m^2. Ein gerade in der Landwirtschaft häufig anzutreffendes Vielfaches davon ist das Hektar (ha): 1 ha = 100 a = 10.000 m^2.

Umrechnungen nach Arbeitsblatt üben!

Volumina sind das Produkt einer Fläche mit einer Länge und werden in m^3 gemessen. Ferner ist für die Einheit Kubikdezimeter das Liter (ℓ) in Gebrauch. Es gilt also 1 ℓ = 1 dm^3 = 10^{-3} m^3. Die Bezeichnung cbm für m^3 usw. ist nicht mehr zulässig.

1.2 Zeitmessung: Die Sekunde

Der Tag/Nacht Rhythmus hat die Menschen schon seit dem Altertum zur Zeitmessung angeregt. Tatsächlich wurde die Zeiteinheit früher anhand der Erdrotation festgelegt. Mit zunehmenden Ansprüchen an die Genauigkeit wurde diese Definition aber unzureichend, da sich die Erde nicht ganz gleichmäßig dreht und ihre Rotationsgeschwindigkeit zudem allmählich abnimmt. Daher wird seit 1967 die Zeiteinheit Sekunde über die Schwingungsdauer der Strahlung definiert, die ein bestimmtes Cäsium Atom aussendet.

Eine der drei genauesten Atomuhren der Welt, das sog. Cäsium-Normal CS 2, befindet sich in der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt in Braunschweig. Bei dieser Uhr wird mit einer Gangabweichung von 1 Sekunde in zwei Millionen Jahren gerechnet! Von dort wird auch ein Funksignal ausgesandt, mit dem entsprechend ausgestattete Uhren gesteuert werden. Solche Funkuhren gibt es heutzutage bereits zu erschwinglichen Preisen für den Hausgebrauch. Daneben ist aber auch die Zeitmessung mit Hilfe eines Schwingquarzes weit verbreitet. Dabei wird ein Quarzkristall elektrisch zu Schwingungen angeregt. Diese werden durch integrierte Schaltkreise in die Anzeige von Stunden, Minuten, Sekunden und meist auch des Datums übersetzt.

Neben der Basiseinheit Sekunde sind auch die folgenden Zeiteinheiten in Gebrauch:

Minute: 1 min = 60 s

Stunde: 1 h = 60 min = 3600 s

Tag: 1 d = 24 h = 1440 min = 86400 s

Bei diesen zuletzt genannten Einheiten dürfen keine Vorsätze für dezimale Vielfache oder Teile gebildet werde, nur bei der Sekunde ist dies zulässig.

Zur Veranschaulichung wieder einige ungefähre Zeitangaben:

Alter der Welt	$4*10^{17}$ s
Beginn der Eiszeit vor	10^{13} s
Lebensdauer des Menschen	$2*10^{9}$ s
Laufzeit des Lichts Sonne – Erde	$5*10^{2}$ s
Schließen der Augen („Augenblick")	10^{-1} s
Dauer eines Blitzes	10^{-4} s

Hausaufgabe 2

a) Rechnen Sie die Gangabweichung der Atomuhr CS 2 in eine tägliche Abweichung um.

b) Rechnen Sie um:
Alter der Welt in Jahren.
Laufzeit des Lichts von der Sonne zur Erde in Minuten und Sekunden.
12'45" als Dezimalzahl jeweils in Stunden, in Minuten und in Sekunden.
16,4 min in Minuten und Sekunden sowie in dezimalen Stunden.

Lösungen: a)
b)

1.3 Die Masse und das Kilogramm

Die Masse eines Körpers gibt an, wieviel Materie er enthält. Sie wird in der Einheit Kilogramm (kg) gemessen. Dies ist die einzige Grundeinheit, die bereits mit einem Vorsatz („Kilo") versehen ist. Will man größere oder kleinere Einheiten durch die oben genannten Vorsätze bilden, bezieht man sich aber wieder auf das Gramm. Für ein tausendstel Gramm schreibt man also mg, nicht etwa μkg.

Für größere Massen ist die Einheit **Tonne** (t) in Gebrauch, die für 1000 kg steht:

1 t = 1000 kg

Im Alltagsleben trifft man auch noch oft auf den (offiziell nicht mehr zugelassenen) Zentner, der für 50 kg steht.

Die Masse von Edelsteinen wird dagegen in **Karat** (Kt) angegeben. Das (metrische) Karat ist ein besonderer Name für 1/5 Gramm.

Die durch eine Wägung ermittelte Masse bezeichnet man als das **Gewicht** eines Körpers. Somit ist das Gewicht heute das gleiche wie die Masse, wie es auch dem allgemeinen Sprachgebrauch entspricht. Früher verstand man in der Physik darunter die Kraft, mit der ein Körper auf seine Unterlage drückt, was häufig zu Verwirrung führte. Daher nennen wir diese Kraft heute Gewichtskraft, um deutlich zu machen, dass hiermit nicht eine Masse, sondern eine Kraft angegeben werden soll. So ist z. B. die Gewichtskraft eines Körpers auf dem Mond nur 1/6 derjenigen auf der Erde, weil die Anziehungskraft des Mondes um eben diesen Faktor 6 geringer ist. Die Masse des Körpers ändert sich jedoch nicht, wenn wir ihn auf den Mond transportieren. Sie hängt nur von der Art des vorliegenden Stoffes und dem Volumen des Körpers ab.

Die Masse eines Körpers ändert sich auch nicht, wenn wir ihn verflüssigen oder verdampfen. Ebenso bei Auflösen des Körpers in Wasser oder einer Säure. Auch bei chemischen Reaktionen stellt man fest, dass die Masse der Ausgangsstoffe sich vollständig in den Reaktionsprodukten wiederfindet. Aus dieser experimentell sehr genau bestätigten Erfahrung heraus hat man das **Gesetz von der Erhaltung der Masse** formuliert:

Die Gesamtmasse der an physikalischen oder chemischen Vorgängen beteiligten Stoffe ist konstant.

Dieses Gesetz hat in unserer Zeit eine gewisse Einschränkung erfahren. So stellt man bei gewissen Kernreaktionen fest, dass die Masse nicht mehr ganz genau erhalten ist. Von diesen sehr speziellen Sonderfällen abgesehen hat sich aber das Gesetz von der Erhaltung der Masse gut bewährt.

Hausaufgabe 3

Rechnen Sie um:

a) $0{,}35\ \text{kg} = x\ \text{g}$.

b) $1350\ \text{kg} = x\ \text{t}$.

c) $65\ \ell = x\ \text{m}^3$.

d) $1{,}6\ \ell = x\ \text{cm}^3$.

e) $60000\ \text{m}^2 = x\ \text{km}^2 = y\ \text{ha}$.

f) $1200\ \text{cm}^3 = x\ \ell = y\ \text{m}^3$.

g) $430\ \text{cm}^2 = x\ \text{m}^2$.

h) $8\ \text{t} = x\ \text{kg}$.

Damit haben wir die mechanischen Grundgrößen der Physik kennengelernt. Der Vollständigkeit halber sei hier noch die vierte Grundgröße, der elektrische Strom, erwähnt.

1.4 Der Strom und das Ampere

Ein stromdurchflossener Leiter ist von einem Magnetfeld umgeben. Wird ein zweiter stromdurchflossener Leiter in die Nähe des ersten gebracht, so übt das Magnetfeld des ersten Leiters eine Kraft auf den zweiten Leiter aus und umgekehrt. Die elektrische Stromstärke (I) ist auf relativ komplizierte Weise über diese Kraftwirkung definiert. Als Maßeinheit wurde das Ampere (A) festgelegt zu Ehren des französischen Physiker A. M. Ampère (1775–1836). Dementsprechend nennt man Strommeßgeräte auch Amperemeter.

Zur Messung des Stroms werden in der Praxis Vielfachmeßgeräte, sog. Multimeter, mit einem Drehspulmeßwerk oder elektronische, digitale Multimeter verwendet. Diese lassen sich meist auch als Voltmeter (zur Messung der elektrischen Spannung) und als Ohmmeter (zur Messung des elektrischen Widerstands) einsetzen.

1.5 Zusammenfassung

Damit haben wir die vier wichtigsten Grundgrößen des SI Systems kennengelernt. Das Einheitensystem wird auch kurz als MKSA System bezeichnet (nach Meter, Kilogramm, Sekunde und Ampere). Andere Größen und ihre Einheiten lassen sich auf diese Grundgrößen zurückführen. Ausgespart haben wir dabei die Grundgrößen Temperatur, Lichtstärke und Stoffmenge, da sie für das weitere Vorgehen nicht relevant sind.

Zu beachten ist, dass wir nur gleichartige Größen addieren oder subtrahieren können, wenn sie die **gleiche Maßeinheit** haben. Gegebenenfalls ist vorher auf eine einheitliche Maßeinheit umzurechnen. Beispiel:

$3\ \text{m} - 8\ \text{mm} = 3\ \text{m} - 0{,}008\ \text{m} = 2{,}992\ \text{m}$

Dagegen macht 3 m – 8 s keinen Sinn, da es sich um unterschiedliche Größen handelt.

2 Bewegung eines Massenpunktes (Kinematik)*Die geradlinig gleichförmige Bewegung*

2.1.1 Die Geschwindigkeit

Wir untersuchen nun die Bewegung eines Körpers (Buch S. 14). Die Form und Ausdehnung des Körpers ist dabei unwichtig, so dass wir ihn uns in Gedanken auf einen Punkt zusammengeschrumpft denken können. In diesem Punkt denken wir uns die gesamte Masse des Körpers konzentriert (Massenpunkt). Wo dieser Punkt innerhalb des Körpers liegt, ist unwichtig. Man wählt häufig den Schwerpunkt des Körpers. (Beispiel: Teleskopzeigestab auf dem Finger ausbalancieren)

Ein Massenpunkt ist eine idealisierte Vorstellung von einem ausgedehnten Körper, wobei man sich die gesamte Masse des Körpers in einem Punkt konzentriert denkt.

Wie schnell sich ein Körper (repräsentiert durch einen Massenpunkt) bewegt, wird durch seine Geschwindigkeit ausgedrückt. Wir betrachten vorerst nur Bewegungen, bei denen sich der Körper strikt geradeaus bewegt. Eine solche Bewegung nennen wir auch **geradlinige** Bewegung.

Beispiele:

- Ein Radfahrer erreicht eine Geschwindigkeit von rund 20 km/h. Das bedeutet, dass er eine Stunde lang fahren muss, um 20 km zurückzulegen.
- Ein Auto auf der Landstraße fährt mit 100 km/h. In einer Stunde legt es bereits 100 km zurück (in 2 Stunden dann 200 km, in 3 Stunden 300 km usw).
- Ein Auto auf der Autobahn fährt beispielsweise mit 160 km/h. Es legt also in einer Stunde 160 km zurück, 8 mal soviel wie der Radfahrer.

Die Beispiele zeigen: Für die Geschwindigkeit kommt es auf zwei Größen an: erstens der zurückgelegte Weg und zweitens die dafür benötigte Zeit. Eine hohe Geschwindigkeit ist dadurch gekennzeichnet, dass in einer Zeiteinheit (beispielsweise eine Stunde oder eine Sekunde) ein weiter Weg zurückgelegt wird. Bei einer kleinen Geschwindigkeit ist der zurückgelegte Weg in der gleichen Zeiteinheit kürzer. Daher definiert man die Geschwindigkeit als

$$\text{Geschwindigkeit} = \frac{\text{zurückgelegter Weg}}{\text{benötigte Zeit}}$$

Beispiel: Wir betrachten die Fahrt eines Autos auf einer Autobahn gemäß folgender Tabelle:

Nr.	Zeit t [h]	Position s [km]	$t-t_0$ [h]	$s-s_0$ [km]

Nr.	Zeit t [h]	Position s [km]	$t-t_0$ [h]	$s-s_0$ [km]
0	9:45	60	0	0
1	10:30	123	0,75	63
2	12:00	249	2,25	189
3	13:15	354	3,5	294

Wir beginnen die Betrachtung (willkürlich) um 9:45 Uhr. Dieser Anfangszeitpunkt wird üblicherweise mit t_0 bezeichnet. Zu diesem Zeitpunkt hat das Auto den Kilometerstein 60 erreicht. Dieser Anfangsort wird entsprechend mit s_0 bezeichnet.

Um die Geschwindigkeit zu berechnen, brauchen wir noch zwei weitere Werte für Zeit und Ort. Wir wählen zuerst den Zeitpunkt t_1 = 10:30 Uhr, dann ist der Ort s_1 = 123 km.

Der zurückgelegte Weg ist dann $s_1 - s_0$ = 123 - 60 km = 63 km. Diese Wegdifferenz wird mit Δs bezeichnet: Δs = 63 km.

Die benötigte Zeit erhalten wir ebenso: $t_1 - t_0$ = 10,5 h - 9,75 h = 0,75 h (entsprechend 45 Minuten). Diese Zeitdifferenz wird mit Δt bezeichnet: Δt = 0,75 h (Tabelle ergänzen).

Die Geschwindigkeit wird mit v bezeichnet (velocity). Wir erhalten sie nun nach obiger Formel:

$$v = \frac{63\text{ km}}{0{,}75\text{ h}} = 84\text{ km/h}$$

Die Einheit der Geschwindigkeit ergibt sich dann automatisch aus der gewählten Längeneinheit (km) und der gewählten Zeiteinheit (h). Die Rechnung überträgt sich 1:1 auf die Maßeinheiten.

Allgemein erhalten wir als Formel für die Geschwindigkeit:

Formel 1: $v = \Delta s/\Delta t$

Die Schüler berechnen die Geschwindigkeit nach Formel 1 für die letzten beiden Tabellenzeilen.

Wir sehen daraus, dass das Auto mit einer gleichbleibenden, also konstanten Geschwindigkeit fährt. Eine solche Bewegung mit einer konstanten Geschwindigkeit bezeichnet man als **gleichförmige Bewegung**.

Frage: Ändert sich im Beispiel der Ort proportional zur Zeit? Welche Größen verändern sich proportional zueinander?

Die Geschwindigkeit eines Körpers wird berechnet gemäß $v = \Delta s/\Delta t$. Bei einer gleichförmigen Bewegung ist sie konstant.

Hausaufgabe 4

a) Ein Auto legt 25 km in 12 Minuten zurück. Wie groß ist seine Geschwindigkeit in km/h?

b) Ein Auto legt 200 km in 1 Stunde und 20 Minuten zurück. Wie groß ist seine Geschwindigkeit in km/h?

c) Ein Auto legt 330 m in 15 Sekunden zurück. Wie groß ist seine Geschwindigkeit in m/s und km/h?

d) Welche Strecke legt ein Auto mit 120 km/h in 1 Minute bzw. 1 Sekunde zurück?

e) Wieviel Minuten braucht man, um 66 km mit einer Geschwindigkeit von 110 km/h zurückzulegen?

Lösung: a) b) c)

d) e) .

Beispiele für eine gleichförmige Bewegung:

- Ein Auto (Zug, Schiff, Flugzeug) fährt mit konstanter Geschwindigkeit geradeaus.
- Der Schall breitet sich in Luft mit einer konstanten Geschwindigkeit von ca. 333 m/s aus (abhängig von der Dichte der Luft). Wasser- und Erdbebenwellen breiten sich ebenfalls mit (annähernd) konstanter Geschwindigkeit aus.
  (Zum merken dieser Zahl:
  Wie schnell ist ein Schrei? In Luft sind's 333.)
- Das Licht und ebenso Funkwellen (Rundfunk, Fernsehen, Handy) breitet sich mit einer konstanten Geschwindigkeit c von rund $c = 3*10^8$ m/s aus. Diese Geschwindigkeit wird von keinem materiellen Körper erreicht.
- Die Planeten bewegen sich mit annähernd konstanter Geschwindigkeit um die Sonne.

Letztgenanntes Beispiel ist hier streng genommen unpassend, weil diese Bewegung nicht mehr geradlinig erfolgt.

Hausaufgabe 5

a) Ein Auto fährt mit gleichbleibender Geschwindigkeit auf der Autobahn. Um 9:30 Uhr kommt es an Kilometerstein 190 vorbei, um 12:00 Uhr erreicht es Km-Stein 490. Mit welcher Geschwindigkeit fährt das Auto? Welchen Km-Stein wird es um 13:15 passieren? Wann fuhr es an Km-Stein 100 vorbei?

b) Um 9:30 Uhr beginnt eine Tagung in Reinfeld. Ein Teilnehmer fährt um 9:10 Uhr in Lübeck-Zentrum auf die Autobahn. Auf der 16 km langen Autobahnstrecke kann er Tempo 120 fahren, danach braucht er in Reinfeld noch ca. 6 Minuten bis zur Tagungsstätte. Kann er rechtzeitig dort sein?

Lösung: a)
b)

Übungsaufgabe: Ein Zug fährt um 9:25 Uhr in Hobbingen los und trifft um 11:01 Uhr im 192 km entfernten Ort Bree ein. Welche Geschwindigkeit erreichte der Zug im Durchschnitt?

Lösung: Δs = 192 km ist bereits angegeben. Zeitdifferenz: 11:01 h – 9:25 h = 11 $^{1}/_{60}$ – (9 $^{25}/_{60}$) = 1 $^{3}/_{5}$ h = 1,6 h. Geschwindigkeit: v = 192 km/1,6 h = 120 km/h. Es handelt sich hier um eine Durchschnittsgeschwindigkeit, da die Beschleunigung beim Anfahren und die Abbremsung vor dem Halt nicht berücksichtigt wurden.

2.1.2 Das Weg-Zeit-Diagramm

Wir kehren zurück zu dem Beispiel mit dem Auto und zeichnen die Daten in ein s-t-Diagramm ein. Der Ort s wird auf der y-Achse aufgetragen, die Zeit t entlang der x-Achse.

Skalierung der Achsen:

x-Achse: Wir wählen 2 cm pro Stunde, beginnend mit 9:45 Uhr. Ein Kästchen entspricht dann einer Viertelstunde.
Die t-Achse beschriften wir (in anderer Farbe) zusätzlich mit den Δt-Werten.

y-Achse: 400 km auf 10 cm, beginnend ab 0, so dass 1 km ≙ $^{1}/_{40}$ cm. D. h. alle Zahlen werden durch 40 geteilt.

Dementsprechend rechnen wir die s-Werte in cm um:

s [km]	60	123	249	354
y [cm]	1,5	3,1	6,2	8,85

Die Daten werden in ein Diagramm eingetragen. Es ergibt sich eine Gerade.

Wir identifizieren die Punkte A(10:30|123) und B(13:15|354) in der Grafik. Aus den Daten berechnen wir:
Δs = 354-123 = 231 km und
Δt = 13,25 h-10,5 h = 2,75 h
Diese Strecken tragen wir in Form eines Steigungsdreiecks in die Grafik ein. Die Geschwindigkeit des Autos ergab sich aus $\Delta s/\Delta t$ = 231 km/2,75 h = 84 km/h. Wir erkennen darin die **Steigung** der Geraden. Da die Steigung konstant ist, legt das Auto in gleichen Zeitintervallen Δt immer gleich große Strecken $\Delta s = v\cdot\Delta t$ zurück.

Wenn das Auto in der entgegengesetzten Richtung fahren würde, käme Δs immer negativ heraus (die neuere Position ist immer kleiner als die ältere), so dass sich eine negative Geschwindigkeit ergäbe. Im s-t-Diagramm zeigt sich das durch eine abfallende Gerade. Wenn z. B. die s-Achse von Lübeck nach Hamburg zeigt und ein Auto fährt von Hamburg nach Lübeck, dann könnte das so aussehen:

t [h]	s[km]
0	65
0,25	40

Dadurch dass das Auto nach Lübeck fährt, werden die s-Werte ständig kleiner. Wir erhalten
Δs = 40 km – 65 km = -25 km und
Δt = 0,25 h – 0 h = 0,25 h
so dass wir als Geschwindigkeit erhalten

v = -25 km/0,25 h = -100 km/h,

also ein negativer Wert, der uns anzeigt, dass das Auto nicht *in* Richtung der s-Achse fährt, sondern *entgegengesetzt* dazu. Jetzt zurück zum vorigen Beispiel.

Der Achsenabschnitt der Geraden ist die Strecke s_0, die das Auto zu Beginn bereits erreicht hat, d. h. zur Zeit $t=t_0$. Im Beispiel sind das 60 km.

Im Weg-Zeit-Diagramm erscheint ein gleichförmig bewegter Körper als Gerade mit Achsenabschnitt s_0 und Steigung v. Der Körper legt in gleich großen Zeitintervallen immer gleich große Strecken zurück.

Übungsaufgabe: Wir tragen in die Grafik einen Punkt P ein, der auf der Geraden liegen soll und seine x-Koordinate soll 5,2 cm sein: P(5,2 cm|?). Welche Uhrzeit und welchen Ort repräsentiert er? Lösen Sie die Aufgabe zuerst <u>rein zeichnerisch</u>, dann rechnerisch!

Lösung: x-Achse: 5,2 cm ≙ 2,6 h ab 9:45 h, also t = 9,75+2,6 h = 12,35 h = 12:21 h.
y-Achse: ca. 7 cm ≙ 40·7 km = 280 km.

Berechnung mit v=84 km/h und Δt=2,6 h (durch die Schüler):
s(2,6 h) = 84 km/h·2,6 h + 60 km = 278,4 km

Wir wiederholen die Aufgabe mit dem Punkt Q(3,9 cm|?).

Lösung: x-Achse: 3,9 cm ≙ 1,95 h ab 9:45 h, also t = 9,75+1,95 h = 11,7 h = 11:42 h.

y-Achse: ca. 5,6 cm ≙ 224 km (rechnerisch: s(1,95h) = 223,8 km).

Frage: Wie müsste die Gerade liegen, damit man sagen könnte, dass der Ort proportional zur Zeit anwächst? Wie würde dann die Gleichung der Geraden lauten?

Frage (Buch S. 12 A3): Welche Rolle spielt es für die Definition der Geschwindigkeit, ob die Gerade durch den Nullpunkt verläuft oder nicht?

Die Beispiele zeigen uns, wie wir den Ort des Autos berechnen können (Weg-Zeit-Gesetz):

Formel 2: $s(t) = s_0 + v\cdot(t-t_0)$

In diesem Beispiel lautet das Weg-Zeit-Gesetz konkret:
$s(t) = 60\ km + 84\ km/h \cdot (t - 9{,}75\ h)$

Wir sehen an diesem Beispiel auch den Unterschied zwischen **Parametern** und **Variablen**. Die Parameter (s_0, v und t_0) werden für einen bestimmten Bewegungsvorgang durch ihre konkreten Werte ersetzt und bleiben dann für *diesen* Bewegungsvorgang konstant. Für einen anderen Bewegungsvorgang werden sich i. A. andere Werte ergeben. Die Variable (wir behandeln in der Schule nur Funktionen mit *einer* Variablen) bleibt in einem Gesetz stets erhalten (wird nicht durch einen Wert ersetzt). Sobald sie durch einen Wert ersetzt wird, liegt kein Gesetz mehr vor, sondern ein Wert, der eventuell noch auszurechnen ist.

Ein Gesetz enthält immer (mindestens) eine Variable.

Formel 2 lässt sich vereinfachen, indem wir unsere Zeitmessung im Zeitpunkt t_0 beginnen lassen (z. B. mit einer Stoppuhr). Dann ist $t_0=0$. Wir erhalten dann als vereinfachtes Weg-Zeit-Gesetz der gleichförmigen Bewegung:

Formel 3: $\boxed{s(t) = s_0 + v * t}$

Folie „Gleichförmige Bewegung" auflegen. s-t-Gesetze bestimmen lassen.

Das vereinfachte Weg-Zeit-Gesetz der gleichförmigen Bewegung lautet: $s(t) = s_0 + v * t$.

Hausaufgabe 6

Ein Pendelzug fährt von Lübeck nach Hamburg und zurück gemäß folgendem Fahrplan:

Ort	Entfernung [km]	Hinfahrt	Rückfahrt
Lübeck	0	9:10	10:51
Reinfeld (an/ab)	16	9:19/9:20	10:41/10:42
Bad Oldesloe (an/ab)	25	9:26/9:27	10:33/10:34
Hamburg Hbf	65	9:51	10:11

a) Stellen Sie seine Fahrt in einem Weg-Zeit-Diagramm dar. Skalierung: x-Achse: 10 Minuten ≙ 1 cm; y-Achse: 5 km ≙ 1 cm.

b) Stellen Sie für den Streckenabschnitt Bad Oldesloe - Hamburg das Weg-Zeit-Gesetz auf (für die Hin- und Rückfahrt).

c) Wo befindet er sich um 10:25 Uhr?

Lösung: a) Zeichnung auf handschr. Zettel, Pendelzug_s-t.png.

b) Hinfahrt: s(t) =
Rückfahrt: s(t) =
Die Fahrtrichtung nach Lübeck drückt sich in der Grafik durch eine *fallende* Gerade aus, das bedeutet eine *negative* Geschwindigkeit.

c) s(10:25) = km

Umrechnungsgleichungen bei der Besprechung:

2.1.3 Einheiten der Geschwindigkeit

Im Alltagsleben werden Geschwindigkeiten gern in km/h angegeben. In der Physik werden Längen jedoch in Meter und Zeiten in Sekunden gemessen (**Basiseinheiten**). Für die Geschwindigkeit ergibt sich dann die Maßeinheit m/s (zurückgelegter Weg in Meter, benötigte Zeit in Sekunden). Da sich diese Einheit aus der Längeneinheit Meter und aus der Zeiteinheit Sekunde ableiten lässt, spricht man auch von einer **abgeleiteten Einheit**. Wir rechnen um:

1 km = 1000 m
1 h = 3600 s

$$1\ \text{km/h} = \frac{1000\ \text{m}}{3600\ \text{s}} = {}^{1}/_{3,6}\,\text{m/s}$$

Bsp.: Das Auto aus dem einleitenden Beispiel fuhr mit 84 km/h, das sind also 84/3,6 m/s = $23^{1}/_{3}$m/s.

Richtgeschwindigkeit auf der Autobahn sind 130 km/h, das sind $36^{1}/_{9}$ m/s.

Umgekehrt: 1 m/s = 3,6 km/h. Also z. B. 15 m/s = 54 km/h.

Die physikalische Maßeinheit der Geschwindigkeit ist m/s. Im Alltagsleben verwendet man auch km/h. Umrechnung: 1 m/s = 3,6 km/h.

Im Prinzip lassen sich auch andere Einheiten für die Geschwindigkeit bilden, indem man eine gültige Längeneinheit durch eine gültige Zeiteinheit teilt (z. B. cm/min). Die Wahl der Einheiten geschieht zweckmäßigerweise so, dass sie der anzugebenden Geschwindigkeit gut angepasst ist. Für eine Schnecke könnte man etwa cm/min wählen, während für ein Düsenflugzeug km/h oder m/s angemessener wäre.

Übungsaufgabe:
Rechnen Sie um: cm/min → m/s (1 cm/min =$^{1}/_{6}*10^{-3}$ m/s=$^{1}/_{6000}$ $^{m}/_{s}$)
also 240 cm/min = $40*10^{-3}$ m/s = 0,04 m/s
Rechnen Sie um: m/s → cm/s (1 m/s = 100 cm/s)
also 0,19 m/s = 19 cm/s

Weitere Aufgaben: v-umrechnen.doc

Hausaufgabe 7

Rechnen Sie um:

a) 50 km/h = ?m/s b) 90 km/h =?m/s c) 450 km/h = ?m/s

d) 0,3 m/s = ?km/h e) 333 m/s = ?km/h

Lösung: a) ; b) ; c) $5*10^{-6}$

d) ; e) ;

Hausaufgabe 8

a) Die Erde bewegt sich um die Sonne mit einer Geschwindigkeit von $3*10^4$ m/s. Rechnen Sie dies um in km/h. Welchen Bruchteil der Lichtgeschwindigkeit c macht dies aus?

b) Mit welcher Zeitverzögerung hört ein Beobachter, der beim 100-m Lauf an der Ziellinie steht, den Startschuß? Die Schallgeschwindigkeit beträgt 333 m/s.

c) Ein Flugzeug startet in Hamburg um 10 Uhr und fliegt mit 215 km/h in südlicher Richtung. Welche Stadt überfliegt es um 12 Uhr?

Bei der Besprechung auch auf negative Geschwindigkeiten eingehen.

Übungsaufgabe: Wir verfolgen den Lauf einer Kugel.

t [s]	s [m]
1,5	2,5
4	10

Zeichnen Sie für die Zeitspanne 0…5 s ein s-t-Diagramm für diesen Vorgang und stellen Sie das Weg-Zeit-Gesetz auf. Bestimmen Sie die Parameter auch rechnerisch!

Alternativ (oder zusätzlich): Die Schüler denken sich die Zahlen selbst aus mit der Bedingung, dass in der t-Spalte keine Null vorkommen soll.

Lösung: Zeichnung am besten mit 1 s ≙ 2 cm, 1 m ≙ 1 cm anfertigen. s = -2 m + 3 m/s·t. Auf den Unterschied zwischen Parametern und Variablen eingehen.

Hausaufgabe 9

a) Zeichnen Sie ein s-t-Diagramm in angemessener Skalierung.

b) Bestimmen Sie zeichnerisch und rechnerisch das Weg-Zeit-Gesetz.

c) Wo ist der Körper zur Zeit t = 3,75 s?

t [s]	s [m]
2	1
5,5	16,75

Lösung:

Übungsaufgabe: Die Sonne ist ca. 150 Mio. km von der Erde entfernt. Wie lange braucht das Licht von der Sonne zur Erde (in Sekunden und in Minuten)?

Lösung:

$s = 150*10^6 *10^3 \text{ m} = 150*10^9 \text{ m}$

$v = c = 2{,}9979 * 10^8$ m/s

$v = s/t \Rightarrow t = s/v = 150 * 10^9$ m/$2{,}9979 * 10^8$ m = 500,35s = 8,339 min = 8'20,35''.

2.1.4 Die Durchschnittsgeschwindigkeit

Bei einer gleichförmigen Bewegung ist die Geschwindigkeit konstant. In Wirklichkeit lässt sich eine gleichförmige Bewegung nur für eine begrenzte Zeit aufrecht erhalten. Beim Autofahren etwa müssen wir zunächst anfahren, die Geschwindigkeit nimmt dann zu (der Wagen wird beschleunigt). Dann fahren wir ein Stück mit konstanter Geschwindigkeit (gleichförmige Bewegung), um dann aber an der nächsten roten Ampel wieder abzubremsen (Geschwindigkeit nimmt ab). Auch die beiden Läufer (Buch S. 10) laufen nicht die gesamte Strecke mit konstanter Geschwindigkeit.

Bei der Durchschnittsgeschwindigkeit setzt man die gesamte Strecke ins Verhältnis zur gesamten Zeit. Wir schreiben dafür $\overline{v}$.

Formel 4: $\overline{v} = \Delta s/\Delta t$ Durchschnittsgeschwindigkeit

Zwischenzeitlich mag sich der Körper mal schneller, mal langsamer bewegt haben (er kann dabei zeitweilig auch stillstehen). Hätte er sich die ganze Zeit (Δt) über mit dieser Durchschnittsgeschwindigkeit bewegt, so hätte er auch die gleiche Strecke Δs zurückgelegt.

Beispiel: Die Durchschnittsgeschwindigkeit der beiden Läufer (Buch S. 10) wird für die gesamte Strecke und für die letzten 90 Meter berechnet:

s [m]	t [s] Lewis	v [m/s] Lewis	t [s] Johnson	v [m/s] Johnson
0	0		0	
10	1,94	90m: 11,264	1,86	90m: 11,292
100	9,93	100m: 10,07	9,83	100m: 10,17

Offenbar waren die Läufer auf den ersten 10 Metern langsamer.

Bei einer gleichförmigen Bewegung stimmt die Durchschnittsgeschwindigkeit mit der Geschwindigkeit des Körpers in jedem Moment genau überein.

2.1.5 Die Momentangeschwindigkeit

Bei einer nicht gleichförmigen Bewegung ändert sich die Geschwindigkeit im Zeitablauf, sie ist eine Funktion der Zeit. Wir schreiben dafür v(t) oder einfach nur v. Man kann sie näherungsweise ermitteln, indem man die Geschwindigkeit nur in einem kleinen Zeitintervall misst. Je kleiner das Zeitintervall gewählt wird, desto genauer ergibt sich die Geschwindigkeit in diesem Zeitervall.

Bsp.: Der Läufer Johnson war bei 70 m zur Zeit 7,21 s und bei 80 m zur Zeit 8,11 s. Es ist dann Δs = 10 m und Δt = 0,9 s, so dass

v = 10 m / 0,9 s = 11,11 m/s

als Näherungswert für die Geschwindigkeit zur Zeit 7,66 s betrachtet werden kann. Diese Näherung ist noch sehr grob. Theoretisch betrachtet man den Grenzfall einer beliebig kleinen Zeitspanne Δt und definiert als Momentangeschwindigkeit

$v = \Delta s / \Delta t$ für $\Delta t \rightarrow 0$

Der Zusatz „$\Delta t \rightarrow 0$“ (lies: Δt strebt gegen Null) besagt: Lasse Δt immer kleiner werden, ohne dass jedoch Null erreicht wird. Es ist also zu untersuchen, gegen welchen Wert der Quotient $\Delta s / \Delta t$ strebt, wenn Δt gegen Null strebt. Für diesen Grenzfall einer „unendlich kleinen“ Zeitspanne schreibt man dann ds/dt (lies: ds nach dt):

Formel 5: $v = ds/dt$ Momentangeschwindigkeit

Für praktische Messungen eignet sich die Messung von Strecke und Zeit dann nicht mehr, man benutzt andere Verfahren (z. B. Tachometer), die die Momentangeschwindigkeit direkt anzeigen.

Bsp. gemäß Arbeitsblatt Momentangeschwindigkeit (Momentangeschw.xls).

Hausaufgabe 10

Lehrbuch S. 10, Tabelle 100-m Lauf für Läufer Lewis:

a) ~~Welche Durchschnittsgeschwindigkeit $\bar{v}$ erreichte Lewis insgesamt?~~

b) Welche (näherungsweise momentanen) Geschwindigkeiten ergeben sich in den einzelnen 10 m Intervallen? Bilden Sie von diesen den Mittelwert! Stimmt er mit der Durchschnittsgeschwindigkeit überein?

c) Stellen Sie den 100 m Lauf in einem Weg-Zeit Diagramm grafisch dar. In welchem Bereich ist die Bewegung näherungsweise gleichförmig (vergl. Sie mit den berechneten Teilgeschwindigkeiten)? Welche Art von Bewegung liegt wohl am Anfang vor?

d) Wie sieht die Bewegung des anderen Läufers (Johnson) im Weg-Zeit Diagramm aus, wenn er zeitgleich mit Lewis startet, aber von der Ziellinie zum Startpunkt läuft? Skizzieren Sie!

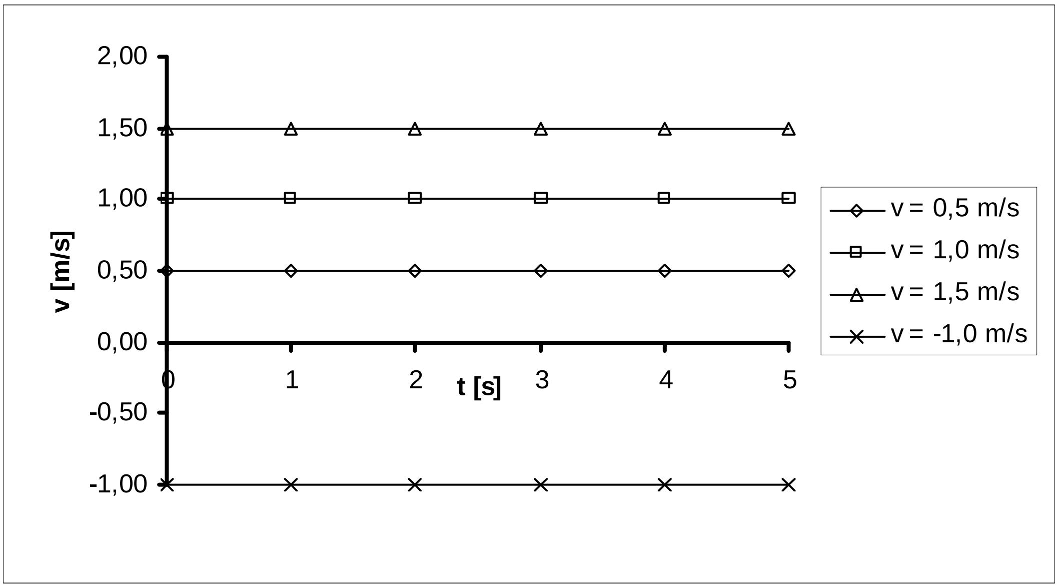
Lösung zu Teil b:

Fällt die Gerade ab, so bedeutet dies, dass sich der Körper rückwärts, also entgegengesetzt zur gewählten s-Achse, bewegt. Wir zählen seine Geschwindigkeit dann negativ.

Im s-t-Diagramm wird eine gleichförmige Bewegung als Gerade dargestellt. Ihre Steigung ist die Geschwindigkeit v des Körpers. Ihr Achsenschnittpunkt ist die Position s_0 des Körpers zur Zeit $t=t_0$ (Startpunkt). Häufig können wir $t_0 = 0$ setzen. Vorzeichen von v: $v>0$ ($v<0$) bedeutet, dass sich der Körper in Richtung der positiven (negativen) s-Achse bewegt.

2.1.6 Das Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm

In einem Geschwindigkeits-Zeit Diagramm ergibt sich eine horizontale Linie. Die im Intervall Δt liegende Fläche ist die zurückgelegte Wegstrecke $\Delta s = s_1 - s_0$. Den Anfangsort s_0 können wir aus diesem Diagramm nicht bestimmen, so dass auch der erreichte Ort s_1 unbestimmt bleibt.



Simulation mit s=vmalt.gxt

Beispiel: Wir betrachten wieder die Gerade mit v = 1,5 m/s. Im Zeitintervall von 2 s bis 4 s (Δt = 2 s) hat der Körper die Strecke $\Delta s = v * \Delta t$ = 1,5 m/s∗2 s = 3 m zurückgelegt, nämlich von s_0 = 4 m bis s_1 = 7 m, wie man dem s-t-Diagramm entnehmen kann. Aus dem v-t-Diagramm allein ist nicht ersichtlich, dass er bei 7 m angekommen ist, sondern nur, dass er sich um 3 m weiterbewegt hat.

Hinweis auf Formelsammlung (Pfeile)!

Hausaufgabe 11

Ein Körper mit der Geschwindigkeit v=2 m/s befindet sich zur Zeit t=0 am Ort s_0=-3 m. Stellen Sie das Weg-Zeit-Gesetz für diesen Körper auf! Berechnen Sie seinen Ort zu den Zeiten t=0 s, 1 s, 2 s, 3 s und 4 s und stellen Sie die Ergebnisse in einer Tabelle (t, s) zusammen. Tragen Sie ferner die Werte in ein s-t Diagramm ein. Zu welcher Zeit ist er am Ort s = 12,66 m angekommen (Berechnung!)?

Lösung: s(t) = , s=12 m zur Zeit . Wertetabelle:

t	s
0	
1	
2	
3	
4	

Hausaufgabe 12

Zwei Autos (A und B) fahren zur gleichen Zeit $t_0=0$ los, einer (A) von Lübeck (s=0 km) nach Hamburg (s=66 km), der andere (B) entgegengesetzt. A braucht für die Fahrt 33 min, B braucht 36 min. Stellen Sie das Weg-Zeit Gesetz für beide Fahrzeuge auf (mit konkreten Zahlen)! Wann und wo treffen sie sich (Berechnung)? Skizzieren Sie den Vorgang im s-t-Diagramm! (Tipp: Rechnen Sie die Zeit in Stunden.)

Lösung: $s_A(t) =$
Treffpunkt: =

.

2.1.7 Addition von Geschwindigkeiten

Bei der Bewegung in einer Richtung (entlang der s-Achse) ist die Addition von Geschwindigkeiten einfach die arithmetische Addition bzw. die Differenz die arithmetische Differenz.

Bsp. 1: Ein Zug fährt mit einer Geschwindigkeit von 43,2 km/h. Im Güterwaggon rollt eine kleine Kugel mit 1,5 m/s in Vorwärtsrichtung (Rückwärtsrichtung). Wie groß ist ihre Geschwindigkeit in Bezug auf die Erde?

Lösung: v_{Zug} = 43,2/3,6 m/s = 12 m/s.
In Vorwärtsrichtung: $v_{Kugel,Erde} = v_{Zug}+v_{Kugel,Zug}$ = 12 m/s + 1,5 m/s = 13,5 m/s = 48,6 km/h.
In Rückwärtsrichtung: $v_{Kugel,Erde} = v_{Zug}-v_{Kugel,Zug}$ = 12 m/s - 1,5 m/s = 10,5 m/s = 37,8 km/h.

Bsp. 2: Zwei Autos fahren aufeinander zu, einer (A) mit einer Geschwindigkeit von v_A = 60 km/h, der andere (B) mit v_B = 80 km/h. Mit welcher Geschwindigkeit fahren sie aufeinander zu (die sog. Relativgeschwindigkeit)?

Lösung: Angenommen, A fahre in Richtung der s-Achse, dann fährt B entgegengesetzt dazu. Folglich müssten wir seine Geschwindigkeit negativ zählen, v_B = -80 km/h. Die Relativgeschwindigkeit ist die Differenz der beiden Geschwindigkeiten:
$v_{rel.} = v_A-v_B$ = 60 km/h - (-80 km/h) = 140 km/h.

Es kommt also letztlich die Summe beider Geschwindigkeiten heraus!

Hausaufgabe 13

Auf der Autobahn fährt vor Lastzug A mit Geschwindigkeit v_A = 80 km/h der etwas langsamere Lastzug B mit Geschwindigkeit v_B = 78 km/h. A will B überholen und dabei einen Sicherheitsabstand von 10 m einhalten (vor und hinter B). Beide Lastzüge sind jeweils 12,5 m lang.

a) Wie groß ist die Relativgeschwindigkeit der beiden Lastzüge?

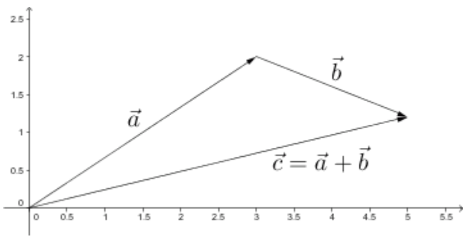
b) Wie lange dauert der Überholvorgang? Betrachten Sie den Vorgang aus der Sicht des Fahrers B.

c) Welche Strecke verbringt A auf der Überholspur?

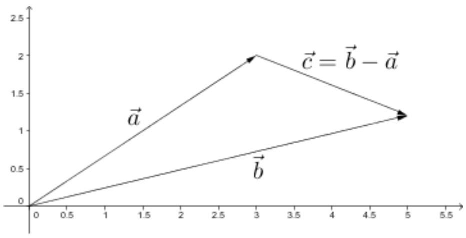
Lösung: a) ;
b) ;
c) ;

Komplizierter wird die Situation, wenn die beiden Geschwindigkeiten nicht gleichgerichtet sind. Hierbei müssen wir bedenken, dass die Geschwindigkeit ein Vektor ist und die Regeln der vektoriellen Addition anwenden.

Summe 2er Vektoren:



Differenz 2er Vektoren:



Den Fall einer gleichgerichteten Bewegung noch einmal mit Vektoren erklären!

Bsp.: Ein Schwimmer will durch einen Fluss schwimmen. Er schwimmt geradewegs auf das gegenüberliegende Ufer zu mit einer Geschwindigkeit von 0,25 m/s. Der Fluss hat jedoch eine starke Strömung. Das Wasser strömt mit einer Geschwindigkeit von 0,1 m/s und treibt den Schwimmer nach rechts ab. Mit welcher Geschwindigkeit schwimmt der Schwimmer und um welchen Winkel wird er abgelenkt? Wie weit muss er schwimmen, wenn der Fluss 18 m breit ist? Wie weit driftet er ab?

Lösung: v = 0,2693 m/s, Ablenkwinkel: $\tan \alpha = 0{,}1/0{,}25$, $\alpha = 21{,}80°$.
Abdriftung $\Delta s = {}^{10}/_{25} * 18$ m = 7,2 m.
Schwimmweite: 19,39 m.

ÜA_Geschw-addition.doc

Hausaufgabe 14

Ein Sportflugzeug fliegt mit einer Geschwindigkeit von 168 km/h südwärts (Kurs 180°). Starker Westwind (Windgeschwindigkeit 26 km/h) treibt es nach Osten ab. Wie schnell fliegt das Flugzeug im Endeffekt und in welche Richtung (als Winkel gegen Norden)?

Lösung: v = km/h, Ablenkwinkel , Kurs Ost.

2.2 Die gleichmäßig beschleunigte Bewegung

2.2.1 Definition der Beschleunigung

Buch ab S. 13: Ändert sich die Geschwindigkeit im Zeitablauf, so spricht man von einer beschleunigten Bewegung. Wir werden hier nur den wichtigen Spezialfall einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung behandeln. Dabei nimmt die Geschwindigkeit in gleichen Zeitintervallen um den gleichen Betrag zu oder ab. Somit wird in der Physik auch eine Abbremsung als eine Beschleunigung, allerdings mit negativem Vorzeichen, angesehen.

Als Beispiel ist in der nebenstehenden Tabelle ein Bewegungsvorgang angegeben. Die Geschwindigkeit ist zunächst negativ, erhöht sich dann jedoch im Zeitablauf. In der Spalte „a" wird die Geschwindigkeitsänderung Δv (zur vorigen Zeile) ins Verhältnis zu dem Zeitintervall Δt gesetzt. Z. B. in Zeile 2: (-0,8 – (-1,6)) / (1 – 0) = 0,8. Dieser Quotient ist die Beschleunigung a, die in diesem Fall konstant ist. Somit liegt eine Beschleunigung von a=0,8 m/s vor. Als Formel geschrieben:

t [s]	v [m/s]	a [m/s^2]
0	-1,6	
1	-0,8	0,8
2	0	0,8
3	0,8	0,8
4	1,6	0,8

Formel 6: $a = \Delta v/\Delta t$

Aufgrund dieser Definition ergibt sich die Maßeineinheit für die Beschleunigung zu $\frac{m/s}{s}$ = m/s².

Unter einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung versteht man eine geradlinige Bewegung, bei der sich die Geschwindigkeit in gleichen Zeitintervallen Δt um den gleichen Betrag Δv ändert. Die Geschwindigkeitsänderung pro Zeiteinheit (Sekunde) definiert man als Beschleunigung a:

$a = \Delta v/\Delta t$. Als Maßeinheit der Beschleunigung ergibt sich m/s^2.

Ausführlich geschrieben lautet die letzte Gleichung: $a = (v_1 - v_0)/(t_1 - t_0)$.

Gemäß unserer Voraussetzung einer gleichmäßigen Beschleunigung ist dieser Quotient **konstant**.

Beispiel: Bei einem Auto wird angegeben: Von 0 auf 100 in 13,5 Sekunden. Gemeint ist: Das Auto erreicht aus dem Stand ($v = 0$ km/h) die Geschwindigkeit von 100 km/h in 13,5 s. Wie groß ist dann seine Beschleunigung? Wir haben:

$t_0 = 0$ s, $t_1 = 13{,}5$ s $\Rightarrow$ $\Delta t = 13{,}5$ s

$v_0 = 0$ km/h, $v_1 = 100$ km/h $\Rightarrow$ $\Delta v = 100$ km/h

Da die Zeit in Sekunden angegeben ist und eine Beschleunigung standardmäßig in m/s² angegeben wird, müssen wir zunächst die Endgeschwindigkeit in m/s umrechnen:

1 km/h = 1/3,6 m/s $\Rightarrow$ 100 km/h = 100/3,6 m/s = 27,78 m/s

$$\text{Beschleunigung: } a = \Delta v/\Delta t = \frac{27{,}78 \text{ m/s}}{13{,}5 \text{ s}} = 2{,}06 \text{ m/s}^2$$

Genaugenommen ist dies ein schlechtes Beispiel, da die Beschleunigung sicher nicht konstant ist. Der errechnete Wert kann also nur als eine Durchschnittsbeschleunigung in dem betrachteten Zeitraum aufgefaßt werden.

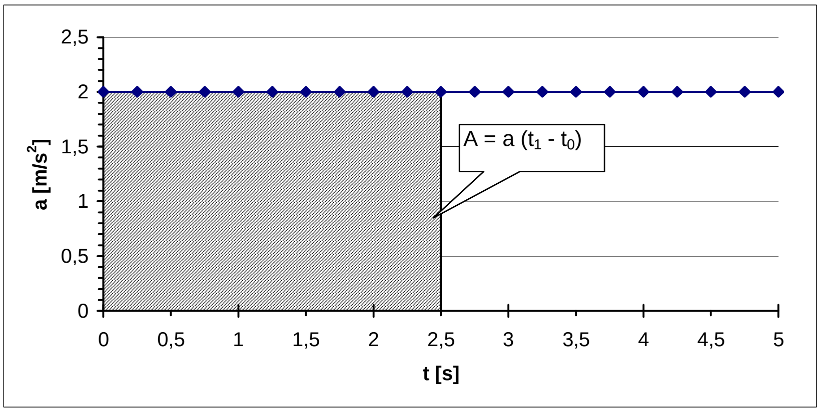
Hausaufgabe 15

Auf einem Flugzeugträger muss ein Flugzeug binnen zwei Sekunden auf seine Startgeschwindigkeit von 216 km/h gebracht werden. Welche durchschnittliche Beschleunigung erfährt es dabei?

Lösung: .

2.2.2 Geschwindigkeits-Zeit Gesetz der gleichmäßig beschleunigten Bewegung

Buch S. 15: Trägt man in einem a-t-Diagramm die Beschleunigung a gegen die Zeit t auf, so erhält man eine horizontale Gerade. In nebenstehender Abbildung ist sie beispielsweise für $a = 2$ m/s² dargestellt. Die Fläche, die von dieser Geraden, der t-Achse und zwei Zeitpunkten t_0 und t_1 eingeschlossen wird, ist die in dieser Zeitspanne erreichte Geschwindigkeitsänderung $\Delta v = v_1 - v_0 = a * (t_1 - t_0)$.



Hinweis auf Formelsammlung (Pfeile)

Lösen wir diese Gleichung nach v_1 auf, so erhalten wir:

$v_1 = v_0 + a*(t_1 - t_0)$ Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz

Dabei ist v_0 die Geschwindigkeit des Körpers zur Zeit $t=t_0$.

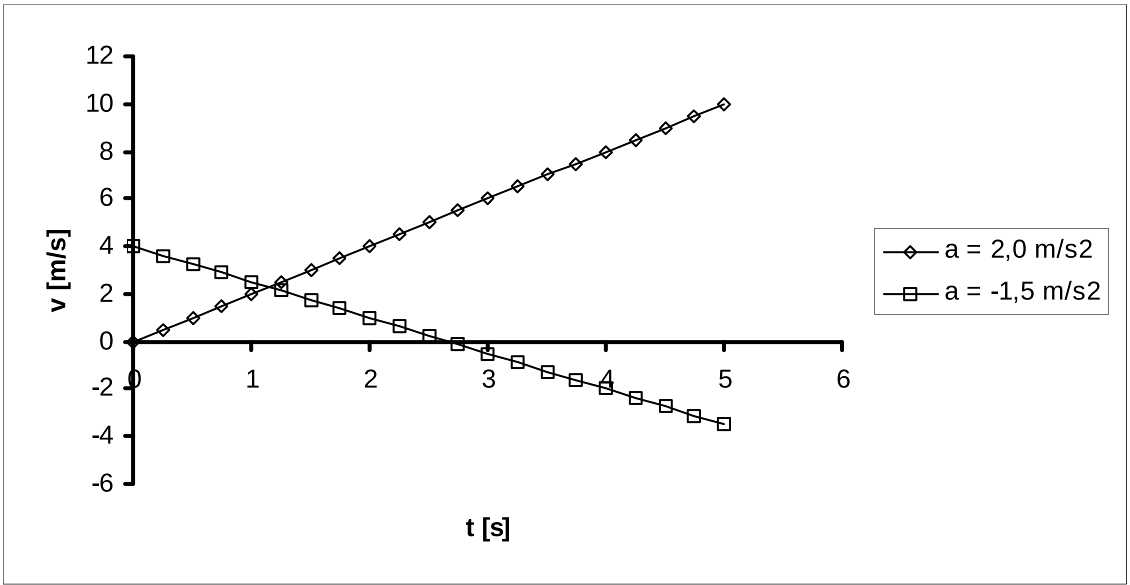
Wählen wir als Anfangszeitpunkt $t_0=0$, so können wir den Index 1 jetzt weglassen. Somit vereinfacht sich die Gleichung zu

Formel 7: $\boxed{v(t) = v_0 + a*t}$ vereinfachtes Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz der gleichmäßig beschleunigten Bewegung

Beispielrechnung: Wir nehmen eine Beschleunigung von a=2,5 m/s² und eine Anfangsgeschwindigkeit von v_0=1,5 m/s an. Damit berechnen wir nach obiger Formel die Geschwindigkeiten nach folgender Tabelle:

t [s]	v(t) [m/s]	a nach $\Delta v/\Delta t$ [m/s²]
0	1,5	
0,5	2,75	2,5
1	4	2,5
1,5	5,25	2,5
2	6,5	2,5

Darstellung im v-t-Diagramm:



In einem v-t Diagramm ergibt sich eine Gerade, deren Steigung die Beschleunigung angibt. Der Achsenabschnitt ist gerade die Anfangsgeschwindigkeit v_0.

Eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung stellt sich im v-t-Diagramm als Gerade mit Achsenabschnitt v_0 und Steigung a dar. Das Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz lautet demnach (für $t_0=0$): $v(t) = v_0 + a*t$.

Die Beschleunigung kann ebenso wie v_0 positiv oder negativ sein. Welche Auswirkung dies auf die Bewegung des Körpers hat, ist in folgender Tabelle zusammengestellt .

$a > 0$		$a < 0$	
$v_0 \geqslant 0$	$v_0 < 0$	$v_0 > 0$	$v_0 \leqslant 0$
$v \geqslant 0$ nimmt zu. Der Körper bewegt sich zunehmend schneller in positiver Richtung.	$v < 0$ nimmt zunächst dem Betrage nach ab und wird dann positiv. Der Körper bewegt sich zunächst in negativer Richtung und wird dabei abgebremst. Für einen Moment kommt er zum Stillstand. Danach wird er in der Gegenrichtung wieder zunehmend schneller.	$v > 0$ nimmt zunächst ab und wird dann negativ. Dem Betrage nach wird v dann immer größer (d. h. immer „negativer“). Der Körper bewegt sich zunächst in positiver Richtung und wird dabei abgebremst. Für einen Moment kommt er zum Stillstand. Danach wird er in der Gegenrichtung wieder zunehmend schneller.	$v \leqslant 0$ nimmt dem Betrage nach zu. Der Körper bewegt sich in negativer Richtung zunehmend schneller.

Man kann zusammenfassend sagen:

Haben v_0 und a das gleiche Vorzeichen, wird der Körper schneller. Bei verschiedenen Vorzeichen wird der Körper zunächst abgebremst und dann in der Gegenrichtung wieder schneller. Eine positive Beschleunigung „versucht“ den Körper in die positive s-Richtung zu ziehen, bei einer negativen Beschleunigung ist es genau umgekehrt.

Hausaufgabe 16

a) Erstellen Sie zwei v-t Diagramme, eins für a>0 und eins für a<0, und stellen Sie darin die drei verschiedenen Fälle $v_0<0$, $v_0=0$ und $v_0>0$ qualitativ dar.

b) Ein Körper besitzt eine Anfangsgeschwindigkeit v_0 = -9 m/s und erfährt eine Beschleunigung von a = 1,5 m/s^2. Stellen Sie sein Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz mit konkreten Zahlen auf! Berechnen Sie seine Geschwindigkeit zu den Zeiten 4 s, 6 s und 8 s. Zeichnen Sie ein v-t Diagramm (0...10 s).

Arbeitsblatt ÜA_beschleu-nigte Bewegung.doc verteilen

Lösung: b)

t	4s	6s	8s	10s
v				

Übungsaufgabe: Ein Körper besitzt eine Anfangsgeschwindigkeit v_0 = 7,5 m/s. Er kommt zur Zeit t=3 s kurzzeitig zur Ruhe. Welche Beschleunigung wirkte auf ihn ein? Wie lautet sein v-t-Gesetz?

Lösung: $v(t) = 7{,}5\ m/s + a\cdot t \Rightarrow$

$$v(3s) = 7{,}5\ m/s + a\cdot 3s \overset{!}{=} 0 \Rightarrow a = \frac{-7{,}5\ m/s}{3s} = -2{,}5\ m/s^2$$

Sein v-t-Gesetz lautet folglich: $v(t) = 7{,}5\ m/s - 2{,}5\ m/s^2\cdot t$.
Probe: $v(0s) = 7{,}5\ m/s$ ✓, $v(3s) = 7{,}5\ m/s - 2{,}5\ m/s^2\cdot 3s = 0\ m/s$ ✓.

Übungsaufgabe: Nach welcher Zeit t erreicht ein Flugzeug seine Abhebegeschwindigkeit von 234 km/h, wenn es aus dem Stand mit einer Beschleunigung von 2,5 m/s² beschleunigt wird?

Lösung: Wir lösen nach t auf: t = v / a. Umrechnung von v:
234 km/h = 65 m/s, also t = 65 m/s / (2,5 m/s²) = 26 s.

$$\text{EN.: } \frac{m/s}{m/s^2} = \frac{m\ s^2}{s\ m} = s$$

Übungsaufgabe: Ein Zug fährt mit verringerter Geschwindigkeit durch eine Baustelle. Anschließend beschleunigt er wieder, um auf die Reisegeschwindigkeit von 140 km/h zu kommen. 10 s nach Verlassen der Baustelle hat er bereits 65,4 km/h erreicht, nach weiteren 20 s hat er 76,2 km/h erreicht. Wie lautet das v-t-Gesetz des Zuges? Wie stark beschleunigt er? Mit welcher Geschwindigkeit fuhr er durch die Baustelle? Nach welcher Zeit hat er seine Reisegeschwindigkeit erreicht?

Lösung: Zuerst wird die Beschleunigung a berechnet:
$\Delta v = (76{,}2 - 65{,}4)/3{,}6\ m/s = 3\ m/s$
$\Delta t = 20\ s$

$$a = 3\ m/s/20\ s = 0{,}15\ m/s^2;\ \text{EN.: } \frac{m/s}{s} = \frac{m\cdot 1}{s^2} = m/s^2$$

Ansatz: $v(t) = v_0 + a\cdot t = v_0 + 0{,}15\ m/s^2\cdot t$ auf gleiche Einh. hinweisen!

t in Sekunden nach Verlassen der Baustelle. Punktprobe:

$t_1 = 10\ s$ und $v_1 = 65{,}4/3{,}6\ m/s = 18^1/_6\ m/s$

$18^1/_6\ m/s = v_0 + 0{,}15\ m/s^2\cdot 10\ s = v_0 + 1{,}5\ m/s \qquad |\ - 1{,}5\ m/s$

$v_0 = 18^1/_6\ m/s - 1{,}5\ m/s = 16^2/_3\ m/s = 60\ km/h$

EN.: m/s - m/s = m/s (!)

Das v-t-Gesetz lautet: $v(t) = 16^2/_3\ m/s + 0{,}15\ m/s^2\cdot t$

Die Beschleunigung des Zuges beträgt a = 0,15 m/s². Die Geschwindigkeit in der Baustelle betrug $v_0 = 16^2/_3\ m/s = 60\ km/h$.

Zeit für 140 km/h? Umrechnung: $140\ km/h = 38^8/_9\ m/s = v(t)$

$38^8/_9$ m/s = $16^2/_3$ m/s + 0,15 m/s²·t

$22^2/_9$ m/s = 0,15 m/s²·t

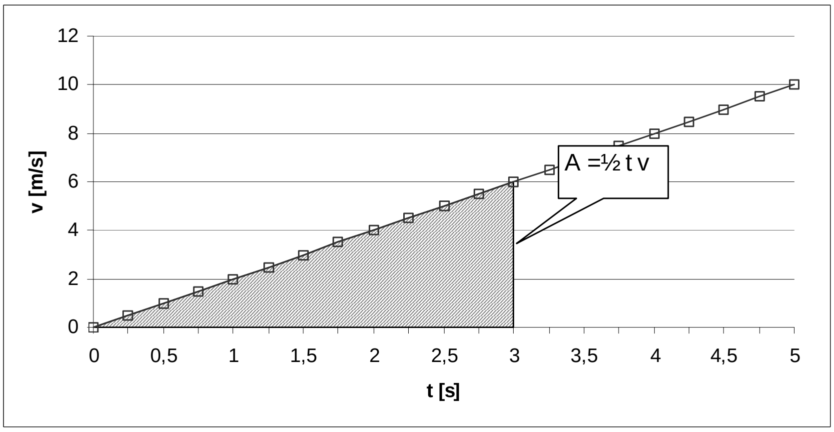
$$t = \frac{22^2/_9\ \text{m/s}}{0{,}15\ \text{m/s}^2} = 148^4/_{27}\ \text{s} \approx 148{,}15\ \text{s} = 2{,}469\ \text{min.}$$

$$\text{EN.:}\ \frac{\text{m/s}}{\text{m/s}^2} = \frac{\text{m s}^2}{\text{s m}} = \text{s}$$

Die Reisegeschwindigkeit erreicht der Zug $148^4/_{27}$ s nach Verlassen der Baustelle.

2.2.3 Weg-Zeit-Gesetz der gleichmäßig beschl. Bewegung

Buch S. 15: Wir fragen uns nun, welchen Weg Δs der Körper in diesem Spezialfall nach Ablauf der Zeit t zurückgelegt hat. Grafisch lässt sich der Weg Δs bestimmen, indem im v-t Diagramm die Fläche unter der Geschwindigkeitsgeraden bis zum Zeitpunkt t ermittelt wird. Das (rechtwinklige) Dreieck mit den beiden Katheten t und v hat die Fläche ½*t*v, oder mit obiger Formel für v:



$\Delta s = ½\, a\, t^2$

Beispiel: In dem dargestellten v-t-Diagramm ist bei t=3 s die erreichte Geschwindigkeit v=6 m/s. Der binnen 3 s zurückgelegte Weg Δs ist durch die Größe der schraffierten Fläche gegeben, also:
$\Delta s = ½ * 3\ \text{s} * 6\ \text{m/s} = 9\ \text{m}$
Das gleiche Ergebnis erhalten wir mit der Formel $\Delta s = ½\, a\, t^2$. Es ist a = 6 m/s / 3 s = 2 m/s. Also ergibt sich:
$\Delta s = ½\, a\, t^2 = ½ * 2\ \text{m/s}^2 * (3\ \text{s})^2 = 9\ \text{m}$.
Wir erhalten auf diese Weise die Strecke Δs, um die sich der Körper in dem Zeitintervall 0 s ... 3 s fortbewegt hat, *nicht* jedoch den erreichten Ort s(t), denn wir kennen seinen Anfangsort s_0 nicht. Der Anfangsort (und damit auch der Endort s) bleibt bei dieser „Flächenmethode" prinzipiell unbestimmbar.

Hinweis auf Buch S. 15: dort fehlt das s_0 auf der rechten Seite!

Für den allgemeineren Fall, dass sich der Körper zur Zeit t_0=0 am Ort $s=s_0$ befindet und dort die Anfangsgeschwindigkeit v_0 hat, ergibt sich das **Weg-Zeit-Gesetz der gleichmäßig beschleunigten Bewegung**

Formel 8: $s = s_0 + v_0\, t + ½\, a\, t^2$

Ein gleichmäßig beschleunigter Körper befinde sich zur Zeit $t_0 = 0$ am Ort s_0 und habe zu dieser Zeit die Anfangsgeschwindigkeit v_0. Für ihn gilt dann das Weg-Zeit-Gesetz $s(t) = s_0 + v_0t + {}^1/_2at^2$. Falls $t_0 \neq 0$ ist, so ist in der Formel immer t durch $(t-t_0)$ zu ersetzen. Im Weg-Zeit-Diagramm ergibt sich eine Parabel mit Achsenabschnitt s_0 und Steigung im Achsenabschnitt v_0. Die Parabel ist nach oben (unten) geöffnet, wenn a positiv (negativ) ist.

Beispiel: Ein Auto fährt auf der Landstrasse mit 80 km/h. Zur Zeit t_0=0 s (s_0=0 m angenommen) bremst das Auto mit einer Beschleunigung von a=-4,5 m/s² ab. Wo kommt das Auto zum Stehen?

Lösung: Die Geschwindigkeit von 80 km/h ist seine Anfangsgeschwindigkeit v_0, nicht v! Wir rechnen sie zunächst in m/s um:
$v_0 = 80/3,6 \text{ m/s} = 22^2/_9 \text{ m/s} \approx 22,22 \text{ m/s}$

Der Zeitpunkt des Stillstands ist unbekannt. Wir können die Zeit aus dem Geschwindigkeits-Zeit Gesetz bestimmen: Zum Stehen kommen bedeutet formelmässig: v=0 (nicht v_0=0, da v_0 ein unveränderlicher Parameter dieser Bewegung ist). Daraus ergibt sich:

$0 = v_0 + a\cdot t \Rightarrow t = -v_0/a$

$t = \frac{-22^2/_9 \text{ m/s}}{-4,5 \text{ m/s}^2} = 4^{76}/_{81}\text{s} \approx 4,938 \text{ s}$ | EN.: $\frac{\text{m/s}}{\text{m/s}^2} = \frac{\text{m}}{\text{s}} * \frac{\text{s}^2}{\text{m}} = \text{s}$

Mit dieser Zeit können wir nun den Bremsweg nach dem Weg-Zeit Gesetz ausrechnen:

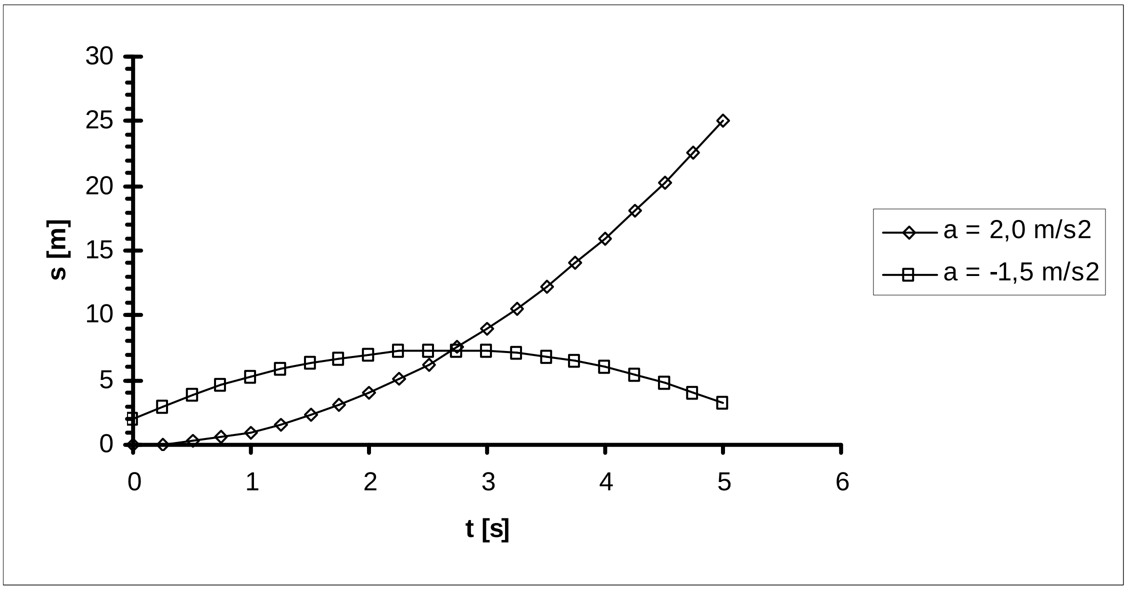
$s = 22^2/_9 \text{ m/s} * 4^{76}/_{81}\text{s} + 0,5*(-4,5 \text{ m/s}^2)*(4^{76}/_{81}\text{s})^2 =$

$54,87 \text{ m}$ | EN.: $\frac{\text{m}}{\text{s}} *\text{s} - \frac{\text{m}}{\text{s}^2} *\text{s}^2 = \text{m} - \text{m} = \text{m}$ (!)

Das Auto kommt nach 4,938 s und nach 54,87 m zum Stehen.

Arbeitsblatt_Kinematik2.doc, Verhalten mit Excel beschleunigte_Bewegung.xls erkunden. Reihenfolge: s_0, a, v_0. Um die Geschwindigkeit mit der Steigung in Zusammenhang zu bringen: s_0 = 0, v_0 = -8, a = 4 einstellen.

Das s-t Diagramm ist dann eine allgemeine Parabel, die im Fall a>0 nach oben, im Fall a<0 nach unten geöffnet ist.



Den Anfangsort s_0 entnehmen wir dem Schnittpunkt der Kurve mit der s-Achse (hier 2 m und 0 m). Die Anfangsgeschwindigkeit v_0 äußert sich in der Steigung der Kurve in diesem Punkt (hier 0 m/s und 4 m/s, die genauen Zahlenwerte können Sie der Grafik natürlich nicht ohne weiteres entnehmen).

Die (Durchschnitts-) Geschwindigkeit $\overline{v} = \Delta s/\Delta t$ erscheint in diesem Diagramm als Steigung der Sekante im Zeitintervall Δt. Die Momentangeschwindigkeit v ergab sich für den Grenzübergang $\Delta t \rightarrow 0$. In diesem Fall geht die Sekante in die Tangente (zum Zeitpunkt t) über.

Hinweis auf Formelsammlung und Folie!

Die beiden Gleichungen s = s(t) und v = v(t) bezeichnet man zusammengenommen als die **Bewegungsgleichungen** eines Körpers. Aus ihrer Kenntnis lässt sich der Bewegungsablauf eines Körpers vollständig berechnen.

Hausaufgabe 17

a) Erstellen Sie zwei s-t Diagramme (mit $s_0=0$), eins für a>0 und eins für a<0, und stellen Sie darin die drei verschiedenen Fälle $v_0<0$, $v_0=0$ und $v_0>0$ qualitativ dar.

b) Ein Körper hat zur Zeit $t_0=0$ die Geschwindigkeit $v_0=-4$ m/s und befindet sich zu dieser Zeit an der Stelle $s_0=3$ m. Er erfährt eine konstante Beschleunigung von 2 m/s^2. Geben Sie das v-t-Gesetz und das s-t-Gesetz an. Berechnen Sie seine Geschwindigkeit v und seinen Weg s im Sekundenabstand bis t=6 s und stellen Sie die Resultate tabellarisch und grafisch im v-t bzw s-t Diagramm dar. (Zeitachsen genau übereinander. Zweizeilig schreiben.) Tabelle:
t | v(t) | s(t) | $\Delta s/\Delta t$

Lösung in Physik_ha_20.xls, Physik_HA_20.gxt → Folie

Fotokopie „Anglerlatein" verteilen und besprechen

Hausaufgabe 18

Berechnen Sie mit den Daten der vorigen Hausaufgabe (Teil b) die Geschwindigkeit des Körpers aus $\Delta s/\Delta t$ (mit Δt = 1s). Tragen Sie die Werte zwischen die entsprechenden Zeilen in die Tabelle und als Balken (Breite = 1 s) in die Grafik ein. Welche Regelmäßigkeit fällt Ihnen dabei auf?

2.2.4 Geschwindigkeit als Funktion des Ortes

Buch S. 16 oben

Häufig liegt der Fall vor, dass die Geschwindigkeit als Funktion des Ortes bestimmt werden soll. Die Zeit ist also unbekannt. Beispiel:

Beim Start eines Flugzeugs wird die Maschine mit $a=2{,}41\ m/s^2$ beschleunigt (als konstant angenommen). Die Startbahn sei 1,5 km lang. Welche Geschwindigkeit erreicht das Flugzeug am Ende der Startbahn?

Hier ist die Zeit für den Startvorgang nicht gegeben. Um die Aufgabe zu lösen, müssen wir t aus den Bewegungsgleichungen die Zeit eliminieren.

Wir legen die s-Achse in Richtung der Startbahn, den Nullpunkt legen wir in den Startpunkt der Maschine (wo sie zunächst steht und auf die Startfreigabe wartet). Es ist dann $s_0=0$, $v_0=0$ und $t_0=0$ (Startzeitpunkt). Wir gehen also aus von

$s = ½\ a\ t^2$ und $v = a\ t$

Die zweite Gleichung lösen wir nach t auf:

$t = v/a$

und setzen das Ergebnis in die erste Gleichung ein:

$s = ½\ a\ (v/a)^2 = ½\ v^2/a \Rightarrow v^2 = 2\ s\ a$

Formel 9: $v = \sqrt{2\ s\ a}$ (s. Buch S. 16 oben rechts)

Nun sind wir in der Lage, die obige Aufgabe zu lösen. Es ergibt sich (mit s=1500 m):

$v = 85{,}03\ m/s \approx 306\ km/h$

Anmerkung zum Vorzeichen: Die negative Lösung der Wurzel kann in diesem Fall ausgeschieden werden, da das Flugzeug nur vorwärts fliegen kann. Sie käme bei einer negativen Beschleunigung zur Anwendung. Dann wäre s auch negativ, so dass der Radikand immer positiv (oder 0) ist.

Hausaufgabe 19

Die erste Stufe einer Rakete soll die Rakete in 700 m Höhe auf eine Geschwindigkeit von 140 m/s bringen. Welche Beschleunigung ist dazu erforderlich?

Lösung:

Hinweis auf Formelsammlung, Pfeile nochmal erklären!

2.2.5 Zusammengesetzte Bewegungen

Bisher haben wir die gleichförmige Bewegung und die gleichmäßig beschleunigte Bewegung getrennt behandelt. In der Wirklichkeit kommen aber oft Bewegungsvorgänge vor, die (näherungsweise) zum Teil gleichförmig, zum Teil gleichmäßig beschleunigt sind. In diesem Abschnitt werden wir sehen, wie man diese zusammengesetzte Bewegung berechnen kann.

Beispiel: Ein Auto fährt (aus dem Stand) an und beschleunigt dabei mit einer (als konstant angenommenen) Beschleunigung von $a = 1{,}4\ m/s^2$. Sobald die Endgeschwindigkeit von 50,4 km/h erreicht ist, fährt das Auto drei Minuten mit dieser Geschwindigkeit weiter. Wo ist es dann angekommen?

Zur Lösung dieser Frage gehen wir schrittweise vor. Zunächst berechnen wir den Ort am Ende der Beschleunigungsphase, die zur Zeit $t_0 = 0$ beginnt und zu einem Zeitpunkt t_1 beendet sein möge. Danach behandeln wir die Phase konstanter Geschwindigkeit, die zu einem Zeitpunkt t_2 beendet sein möge.

Skizze a-t, v-t u. s-t Diagramm, Folie

In der Beschleunigungsphase gelten die Gesetze der gleichmäßig beschleunigten Bewegung. Wir können hier Anfangsort s_0 und Anfangsgeschwindigkeit v_0 gleich Null setzen. Da wir die Zeit t_1 nicht kennen und auch nicht benötigen, ist es am günstigsten, von der Formel $v = \sqrt{2\ s\ a}$ auszugehen. Bis auf $s(t_1)$ sind darin alle Größen bekannt. Wir lösen nach s auf und erhalten:

$$v^2 = 2\ s\ a \quad \Rightarrow \quad s = v^2 / (2a)$$

Zum Zeitpunkt t_1 ist die Geschwindigkeit bekannt (50,4 km/h = 14 m/s). Zu diesem Zeitpunkt muss also gelten:

$$s(t_1) = (14\ m/s)^2 / (2 * 1{,}4\ m/s^2) = 70\ m;\ \text{EN.: …}$$

Die anschließende Phase konstanter Geschwindigkeit könnten wir nun berechnen, indem wir in das Weg-Zeit Gesetz als Anfangsort die eben berechneten 70 m und als Anfangszeitpunkt (t_0) den noch unbekannten Zeitpunkt t_1 einsetzen. Dieses Verfahren ist jedoch häufig unbequem. Man benutzt daher meist einen kleinen Trick: Wir verschieben den Nullpunkt unserer s- und t-Achse so, dass wir wieder bei Null anfangen. Dadurch werden die Formeln einfacher. Um nicht durcheinander zu kommen, bezeichnen wir unsere neuen Größen mit einem Strich, also s‘ und t‘. Die Anfangsgeschwindigkeit darf allerdings nicht auf Null gesetzt werden.

Dann stellt sich der Bewegungsvorgang folgendermaßen dar: Zur Zeit $t_0‘ = 0\ s$ fährt das Auto am Ort $s_0‘ = 0\ m$ mit einer konstanten Geschwindigkeit $v = 14\ m/s$ los. Wo ist es nach 3 Minuten (=180 s, Zeitpunkt $t_2‘$) angekommen? Die Lösung liefert uns das Weg-Zeit Gesetz:

$$s‘(t_2‘) = v * t_2‘ = 14\ m/s * 180\ s = 2520\ m$$

Zum Schluss setzen wir die beiden Bewegungen wieder zusammen:

$$s_{ges} = s(t_1) + s‘(t_2‘) = 70 + 2520\ m = 2590\ m$$