Die allgemeine lineare Funktion

Normalform: $y(x) = m \cdot x + b$

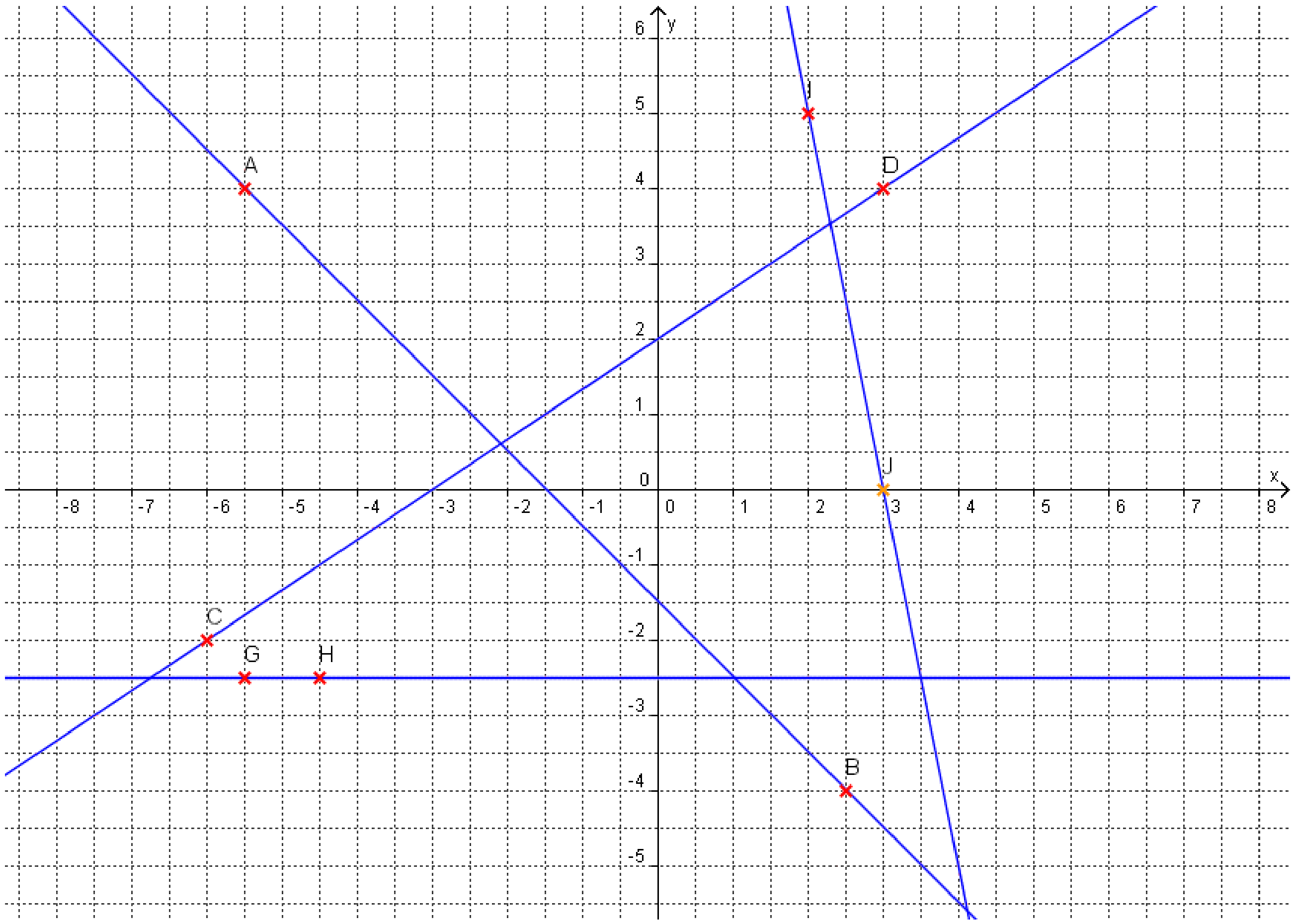
Die Parameter heißen Steigung (m) und Achsenabschnitt (b).

Grafische Darstellung: eine Gerade. Sie schneidet die y-Achse im Punkt (0|b) und hat die Steigung m. Die Steigung ist definiert als

$m = \Delta y / \Delta x$

Aufgabe 1

In der Grafik sind verschiedene Geraden dargestellt. Bestimmen Sie jeweils die beiden Parameter m und b und stellen Sie die Geradengleichung auf.



	m	b	Gleichung
durch A und B			
durch C und D			
durch G und H			
durch I und J			

Welchen Funktionswert hat die Gerade durch C und D bei x=8?

Aufgabe 2

Das Weg-Zeit-Gesetz der gleichförmigen Bewegung (mit t_0=0s) lautet allgemein:

s(t) = ____

Mathematisch ist es eine ____________________ Funktion.

Die Geschwindigkeit v entspricht dabei ______________________________.

Der Anfangsort s_0 entspricht dabei ______________________________________.

In einem s-t-Diagramm stellt sich eine gleichförmige Bewegung immer als eine

______________________ dar.

Nehmen Sie die Grafik von Aufg. 1 und interpretieren Sie jetzt y als den Ort s (in Metern) und x als die Zeit t (in Sekunden). Die Geraden stellen jetzt bewegte Körper dar (ihren Ort als Funktion der Zeit). Stellen Sie das Weg-Zeit-Gesetz der 4 Körper auf.

Körper AB: _______________________________

Körper CD: _______________________________

Körper GH: _______________________________ (wie bewegt er sich?)

Körper IJ: ________________________________

Was hat ein negativer Wert für v zu bedeuten (hinsichtlich der Bewegung des Körpers in der Welt)?

Eine negative Geschwindigkeit bedeutet...

Zwei-Punkte-Form

Eine Gerade ist durch zwei Punkte eindeutig festgelegt. Sind die beiden Punkte $P_1(x_1|y_1)$ und $P_2(x_2|y_2)$ gegeben, wobei $x_1 < x_2$ vorausgesetzt werde, so lautet die Gerade durch die beiden Punkte in der Zwei-Punkte-Form:

$$y(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

Die Steigung der Geraden ist dann durch den Differenzenquotienten $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ gegeben.

Aufgabe 3

Nehmen Sie die Grafik von Aufgabe 1.

a) Bestimmen Sie die Koordinaten von A und B und stellen Sie die Zwei-Punkte-Form der Geraden durch A und B auf. Bringen Sie sie anschließend in die Normalform (Selbstkontrolle).

b) Verfahren Sie ebenso mit den Geraden durch C und D, G und H und I und J.

Aufgabe 4

Ein Auto fährt mit einer konstanten Geschwindigkeit, es liegt also eine

___________________________________ vor. Das Auto wird zu zwei Zeitpunkten gesichtet:

t = 20s: s = 635m

t = 25s s = 775m

Wie lautet das Weg-Zeit-Gesetz des Autos? Wo war es zur Zeit t=0s? Wo ist es zur Zeit t=33s (nach dem Weg-Zeit-Gesetz)?

Aufgabe 5

Die Größe von 5 Menschen sei 1,78m; 1,67m; 1,81m; 1,73m und 1,76m. Zeichnen Sie die Werte auf einer 10cm langen Achse ein, die den Bereich von 1,65m bis 1,85m abbildet. Teilstriche bei 1,65; 1,7; 1,75; 1,8 und 1,85m.

Umrechnungsgleichung:

Zentimeter:

1,78	1,67	1,81	1,73	1,76	1,65	1,7	1,75	1,8	1,85

Punkt-Steigungs-Form

Eine Gerade ist auch durch einen Punkt $P(x_1|y_1)$ und die Steigung m eindeutig festgelegt. Die Gleichung der Geraden lautet:

$y(x) = m \cdot (x - x_1) + y_1$

Aufgabe 6

Wir betrachten wieder die Geraden von Aufgabe 1. Die Gerade durch A und B hatte die Steigung m = -1. Als Punkt P können wir z. B. A oder B nehmen (oder irgendeinen anderen, dessen Koordinaten sich gut ablesen lassen). Wir erkunden die beiden Möglichkeiten in 2 Gruppen:

Gruppe 1: P=A(-5,5|4)

$y(x) = -1 \cdot (x - (-5{,}5)) + 4 =$
$-(x + 5{,}5) + 4$

Berechnung von B:

$y(2{,}5) = -(2{,}5 + 5{,}5) + 4 =$
$-8 + 4 =$
-4

Umwandlung in die Normalform (wenn nötig):

$y(x) = -x - 5{,}5 + 4 =$
$-x - 1{,}5$

Zur Übung machen wir das gleiche mit der Geraden durch I und J. Die Steigung der Geraden war m = -5. Nehmen Sie I als Punkt P.

y(x) =

Berechnung von J:

Umwandlung in die Normalform:

y(x) =

Gruppe 2: P=B(2,5|-4)

$y(x) = -1 \cdot (x - 2{,}5) - 4 =$
$-(x - 2{,}5) - 4$

Berechnung von A:

$y(-5{,}5) = -(-5{,}5 - 2{,}5) - 4 =$
$8 - 4 =$
4

Umwandlung in die Normalform (wenn nötig):

$y(x) = -x + 2{,}5 - 4 =$
$-x - 1{,}5$

Zur Übung machen wir das gleiche mit der Geraden durch I und J. Die Steigung der Geraden war m = -5. Nehmen Sie J als Punkt P.

y(x) =

Berechnung von I:

Umwandlung in die Normalform:

y(x) =

Aufgabe 7

Ein Auto fährt mit einer konstanten Geschwindigkeit von v = 120 km/h auf der Autobahn. Nach $1^3/_4$ Stunden Fahrt kommt es an Kilometerstein 295 vorbei.

a) Es handelt sich hier um eine ____________________ Bewegung. Das Weg-Zeit-Gesetz für diesen Vorgang lautet allgemein ________________.

b) Ordnen Sie zu:

y	
x	
y_1	
x_1	
m	

b kommt später dran.

c) Verwenden Sie die Punkt-Steigungs-Form der linearen Funktion und stellen damit Sie das Weg-Zeit-Gesetz des Autos auf. Bringen Sie es anschließend in die Normalform.

s(t) = ____________________

d) Ergänzen Sie die Zuordnung:

b	

e) Wo fuhr das Auto auf die Autobahn? Bei Kilometerstein ___________

f) Berechnen Sie die Position des Autos nach $^2/_3$ bzw. $2^1/_3$ Fahrtstunden nach dem Weg-Zeit-Gesetz.

$s(^2/_3h)$ = ____________

$s(2^1/_3h)$ = ____________

Alternative Lösungsmöglichkeit: Ansatz mit unbekanntem Koeffizienten mit anschließender Punktprobe (für t=1,75 h muss s = 295 km herauskommen). Versuchen Sie auch diese Lösung.

Aufgabe 8

Ein Auto fährt mit konstanter Geschwindigkeit auf der Landstraße. Weil ein Tier über die Straße läuft, muss der Fahrer bremsen. Die Bremsverzögerung beträgt -4 m/s² und bringt das Fahrzeug binnen 6,25 s zum Stillstand.

Gesucht ist das Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz für den Bremsvorgang.

a) Es handelt sich hierbei um eine ______________________________

Bewegung. Das Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz für diesen

Bewegungsvorgang lautet allgemein ____________________

b) Ordnen Sie zu:

y	
x	
y_1	
x_1	
m	

b kommt später dran.

c) Verwenden Sie die Punkt-Steigungs-Form, um das v-t-Gesetz aufzustellen.

d) Bringen Sie es anschließend in die Normalform (Nebenrechnungen im Heft).

e) Ergänzen Sie die Zuordnung:

b	

f) Wie schnell fuhr der Fahrer, bevor er zu bremsen anfing?

g) Berechnen Sie die Geschwindigkeit des Autos 2 bzw. 4,5 Sekunden nach Beginn der Bremsung (in m/s und in km/h).
v(2s) = ___________

v(4,5s) = __________

Alternative Lösungsmöglichkeit: Ansatz mit unbekanntem Koeffizienten mit anschließender Punktprobe. Versuchen Sie auch diese Lösung.

Nullstelle der linearen Funktion

Eine lineare Funktion der Form $y(x) = m \cdot x + b$ hat eine Nullstelle x_0. Wir erhalten Sie durch

Nullsetzen: $0 = m \cdot x_0 + b$ und anschließendes Auflösen nach x_0:

$0 = m \cdot x_0 + b$ | -b

$-b = m \cdot x_0$ | : m

$x_0 = -b/m$

Dabei kann $m \neq 0$ vorausgesetzt werden weil sonst keine lineare Funktion vorläge, sondern eine konstante Funktion. Ist insbes. $b = 0$, so ist $x_0 = 0$. Es liegt dann eine Nullpunktsgerade vor und y verläuft **proportional** zu x.

Bei der Nullstelle liegt ein Vorzeichenwechsel (VZW) der Funktion vor, u. z. (immer in Richtung der positiven x-Achse gesehen)

- von Negativ nach Positiv, kurz geschrieben VZW -0+, wenn $m > 0$ ist und
- von Positiv nach Negativ, kurz geschrieben VZW +0-, wenn $m < 0$ ist.

Aufgabe 9

Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion $y(x) = {}^{3}/_{8}x + 4{,}5$.

Nullsetzen: 0 = _______________ | _____

Auflösen: ___________________ | _____

x_0 = ______________

Probe: y(____) = $^{3}/_{8}$(____) + 4,5 = _____ + 4,5 = __

Da m = $^{3}/_{8}$ __0 gilt:

Wenn $x < x_0$ ist, ist y ___________ und wenn $x > x_0$ ist, ist y _________.

Es liegt ein VZW der Art _______ vor.

Aufgabe 10

Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion $y(x) = -{}^{1}/_{2}(x+5) - 1{,}5$.

Nullsetzen: 0 = _______________ | _____

Auflösen: 1,5 = _____________ | _____

-3 =_______________ | _____

x_0 = ______________

Probe: y(____) = -$^{1}/_{2}$(____+5) - 1,5 = _____ - 1,5 = _____ - 1,5=__

Da m = ____ ____0 gilt:

Wenn $x < x_0$ ist, ist y ___________ und wenn $x > x_0$ ist, ist y _________.

Es liegt ein VZW der Art _______ vor.

Aufgabe 11

Mit einer Schleuder wird ein Stein hochgeschleudert. Seine Anfangsgeschwindigkeit beträgt 38 m/s. Wann hat er den höchsten Punkt erreicht?

Die Lösung liefert und das Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz, das für einen senkrechten Wurf allgemein lautet:

v(t) = ___________ und im vorliegenden Fall konkret v(t) = ______________

Ordnen Sie zu:

	allg.	konkret
y		
x		
m		
b		

Im höchsten Punkt ist die Geschwindigkeit des Steins Null, es liegt also eine Nullstelle der Funktion v(t) vor. Der gesuchte Zeitpunkt t_0 ist die Nullstelle. Wir bestimmen sie nach dem obigen Schema:

Nullsetzen: 0 = ______________ | ____

Auflösen: _________________ | ____

t_0 = _____________ = _____________

EN.: $\frac{m/s}{m/s^2}$ = __________ = ____

Probe: v(_________) = 38 m/s - 9,81 m/s²·_________ = ___

Da m = ________ __ 0 ist, gilt:

Wenn t < t_0 ist, ist y ___________ und wenn x > x_0 ist, ist y _________.

Es liegt ein VZW der Art _______ vor.

Schnittpunkt zweier Geraden

Zwei Geraden mit unterschiedlicher Steigung haben immer einen Schnittpunkt. Man erhält ihn durch Gleichsetzen der beiden Geradengleichungen. Auf eine allgemeine Berechnung wird hier verzichtet.

Aufgabe 12

Es seien die beiden folgenden Geraden gegeben:

g_1: $f(x) = -0{,}5 \cdot x + 1$

g_2: $g(x) = 1{,}5 \cdot x + 5$

Wo liegt ihr Schnittpunkt?

Lösung:

Gleichsetzen:	$-0{,}5 \cdot x + 1$	=
Konstanten auf die rechte Seite bringen:	$-0{,}5 \cdot x$	=
von x abhängige Terme auf die linke Seite bringen:	$-0{,}5x$	=
x Terme zusammenfassen:		=
nach x auflösen:	x =	=
y-Wert berechnen:	f( )	=
Probe machen:	g( )	=

Der Schnittpunkt liegt bei (|). Welche Gerade hat bei größeren x-Werten die größeren y-Werte (Funktionswerte)?

Aufgabe 13

In einer Drogerie kostet ein 10×15 cm² Farbbild 15 ct. Jeder Fotoauftrag kostet zusätzlich 1,45 € Bearbeitungsgebühr. Ein Discounter lockt mit der Werbung „Nur 12 ct pro Bild“, allerdings kostet hier jeder Fotoauftrag 2,20 € Bearbeitungsgebühr.

a) Stellen Sie für jedes Geschäft eine Funktion auf, die die Kosten als Funktion der Bilderzahl angibt.

b) Wo sollte man seine Bilder vergrößern lassen, wenn es 15 [30] Stück sind?

c) Bei wievielen Bildern entstehen in beiden Geschäften die gleichen Kosten?

d) Wer ist bei mehr Bildern preiswerter?