1. Definition der Winkelfunktionen

Die Winkelfunktionen Sinus, Kosinus und Tangens lassen sich am einfachsten an einem rechtwinkligen Dreieck definieren (GK = Gegenkathete, AK = Ankathete, HP = Hypothenuse):

$\sin(\alpha) = GK/HP$ $\cos(\alpha) = AK/HP$ $\tan(\alpha) = GK/AK$

Genau genommen ist die Tangens-Funktion überflüssig, denn man sieht an den Definitionen:

$$\frac{GK}{AK} = \frac{GK*HP}{AK*HP} = \frac{GK*HP}{HP*AK} = \frac{GK}{HP}*\frac{HP}{AK} = \frac{GK}{HP} : \frac{AK}{HP} \Rightarrow$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

Extremwerte:

Beim Winkel 0° schrumpft die GK auf 0 und die AK wird so lang wie die HP. Daraus folgt:

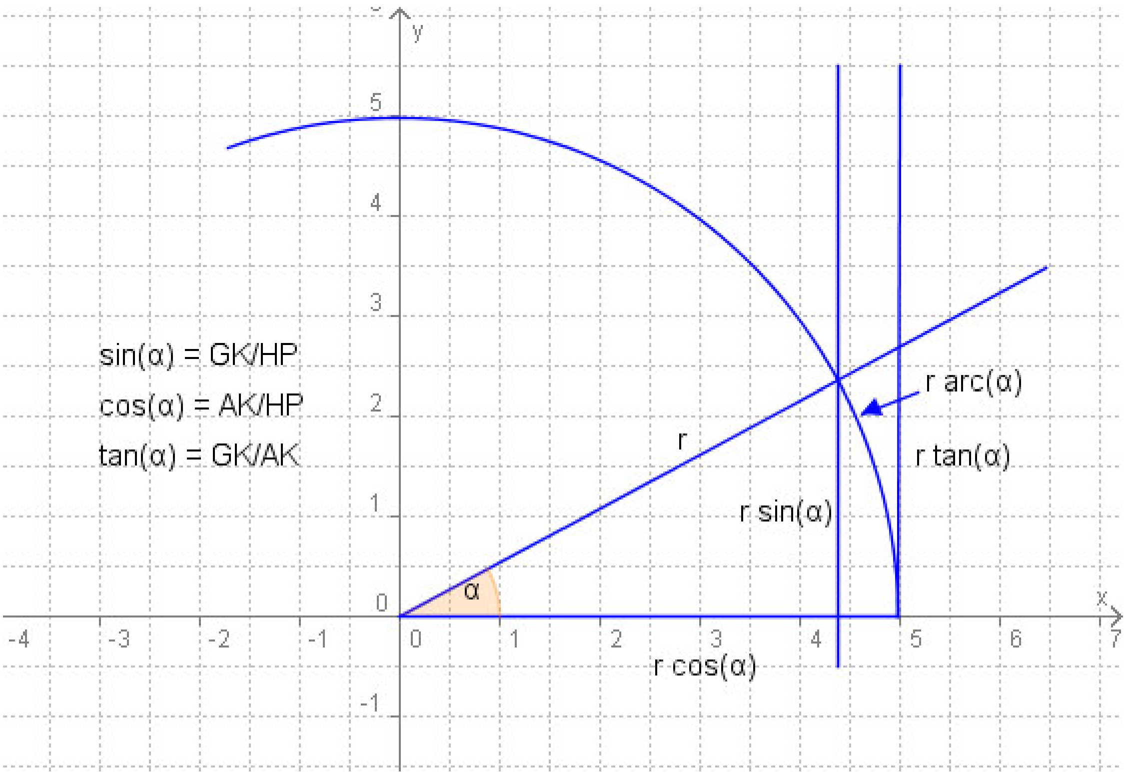
$\sin(0) = 0$ $\cos(0) = 1$ $\tan(0) = 0$

Beim Winkel 90° schrumpft die AK auf 0 und die GK wird so lang wie die HP. Daraus folgt:

$\sin(90°) = 1$ $\cos(90°) = 0$ $\tan(90°) = \infty$

Die Definitionsformeln werden allerdings kaum gebraucht. Für Dreiecksberechnungen sind folgende Auflösungen günstiger (HP = r = Radius):

$\boxed{GK = r \cdot \sin(\alpha) \qquad AK = r \cdot \cos(\alpha) \qquad GK = AK \cdot \tan(\alpha)}$



Aufgabe 1

In einem rechtwinkligen Dreieck sei die HP 15 cm lang und ein Winkel beträgt 22°.

a) Wie groß ist der andere Winkel?

b) Wie lang sind die Katheten?

c) Machen Sie die Probe mit dem Satz des Pythagoras!

Aufgabe 2

Wir stehen 60 m vor einem Kirchturm und blicken unter einem Winkel von 65° zur Turmspitze hinauf. Wie hoch ist der Kirchturm?

Gegeben: α = _______

AK = _______

Gesucht: _____

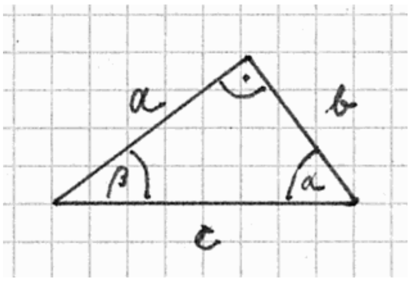
Geeignete Formel: _________________

Rechnung:

Ergebnis: h = __________

Aufgabe 3

Gegeben: b=2,4 cm, α=53,13°. Gesucht: die anderen Seiten, Winkel ß, Dreiecksfläche.



Aufgabe 4

Der Kreisradius sei 4 cm, der Winkel α sei 30°. Wie lang ist

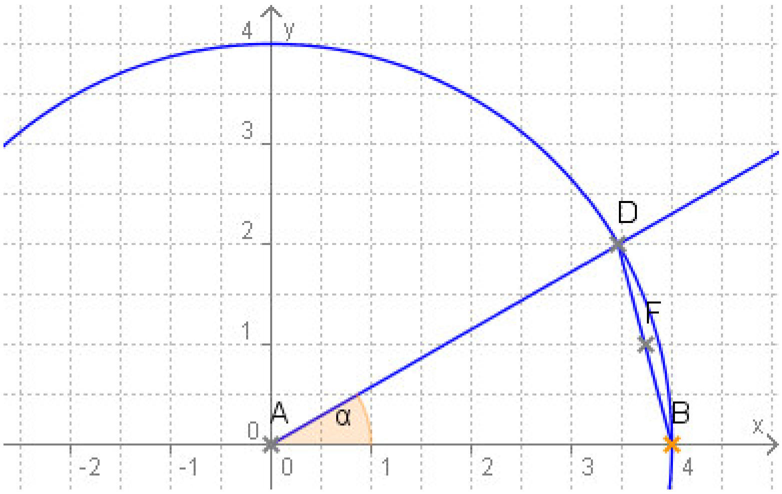
a) die Strecke AD,

b) die Strecke BD,

c) die Strecke FA (F=Mittelpunkt von BD)?

d) Wie groß ist der Winkel bei D?

e) Welche Fläche hat das Dreieck ABD?



Aufgabe 5

Ein Flugzeug fliegt mit einer Geschwindigkeit von 180 km/h nordwärts. Zusätzlich bläst Westwind mit 40 km/h, der das Flugzeug abtreibt. In welche Richtung (als Winkel α gegen Norden) fliegt das Flugzeug nun und mit welcher Geschwindigkeit? Lösen Sie die Aufgabe zuerst zeichnerisch, dann rechnerisch.

Flugzeuggeschwindigkeit ohne Wind (AK): _______ km/h ≙ ______ cm

Windgeschwindigkeit (GK): _______ km/h ≙ ______ cm

Effektive Flugrichtung (zeichnerisch): _______

(rechnerisch): _______

Effektive Geschwindigkeit des Flugzeugs
(zeichnerisch): _______cm ≙ ______ km/h

(rechnerisch): _______

Aufgabe 6

Ein Auto (m = 1750 kg) steht auf einer geneigten Ebene mit Neigungswinkel 18°. Mit welcher Kraft wird das Auto den Abhang hinuntergezogen (sog. Hangabtriebskraft F_1)? Mit welcher Kraft wird das Auto auf die Straße gedrückt (F_2)? Lösen Sie die Aufgabe zuerst zeichnerisch, dann rechnerisch.

Gewichtskraft F_G _______N ≙ ______cm

Hangabtriebskraft F_1 (zeichnerisch): ______cm ≙ ______N

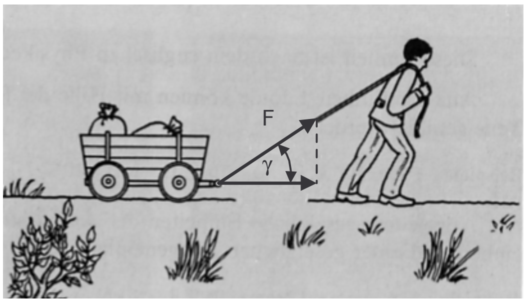
(rechnerisch): ______N

Straßenandruckskraft F_2 (zeichnerisch): ______cm ≙ ______N

(rechnerisch): ______N

Aufgabe 7

Ein Junge zieht einen Handwagen mit einer Kraft von 200 N. Seine Schulter ist 1,6 m hoch, während die Deichsel eine Höhe von 15 cm hat. Das Seil hat eine Länge von 2,6 m (Deichsel-Schulter). Mit welcher Kraft zieht er den Wagen vorwärts?



Aufgabe 8

Welche Kraft F_2 fehlt noch, um das Massestück im Gleichgewicht zu halten? Lösen Sie die Aufgabe zuerst zeichnerisch, dann rechnerisch.

Kosinussatz: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(\gamma)$